

**Problemes de zeros de funcions**  
MÈTODES DE CÀLCUL NUMÈRIC, 2004

1. Calcular el zero de l'equació  $4 \sin x + 1 - x = 0$  a l'interval  $(-\pi, -\pi/2)$  amb 5 xifres decimals bones.
  - (a) Pel mètode de la bisecció prenent  $x_0 = -\pi$  i  $x_1 = -\pi/2$ .
  - (b) Pel mètode de Newton–Raphson prenent  $x_0 = -\pi$ .
  - (c) Pel mètode de la secant o regla falsi prenent  $x_0 = -\pi$  i  $x_1 = -\pi/2$ .

2. Calcular mitjançant el mètode de Newton–Raphson el valor de  $10^{1/5}$  amb 5 xifres decimals exactes, resolvent l'equació  $x^5 = 10$ . Provar que aquest mètode convergeix sempre que  $x_0 \geq 10$ .

3. Trobeu la solució de l'equació  $x = e^{-x}$  pel mètode iteratiu  $x_{n+1} = g(x_n)$ .
  - (a) Calcula un interval  $[a, b]$  tal que  $g : [a, b] \rightarrow \mathbf{R}$  verifiqui les dues condicions del Teorema del Punt Fix.
  - (b) Calcula el zero de l'equació amb 4 xifres decimals bones.

4. Es vol calcular la solució de l'equació  $e^x = 3x$ , usant el mètode iteratiu  $x_{n+1} = g(x_n)$ , prenent les següents diferents funcions d'iteració:

$$g_1(x) = \frac{e^x}{3}, \quad g_2(x) = \ln(3x), \quad g_3(x) = \frac{e^x - x}{2}, \quad g_4(x) = e^2 - 2x.$$

Quina d'aquestes funcions és en principi millor que les altres per a trobar la solució.

5. Prova utilitzant el mètode de Sturm que el següent polinomi

$$p(x) = x^6 - 2x^5 + x^4 - 4x^2 + 8x - 4$$

té exactament tres arrels reals diferents. Determinar tres intervals disjunts que continguin cada una de les tres arrels.

6. Aplicant el mètode de Newton–Raphson i prenent com a punt inicial  $(x_0, y_0) = (0, 0)$  trobar una solució del sistema

$$\begin{aligned} x - \frac{7}{10} \sin x - \frac{1}{5} \cos y &= 0, \\ y - \frac{7}{10} \cos x + \frac{1}{5} \sin y &= 0, \end{aligned}$$

amb 5 xifres decimals bones.

7. Apliqueu el mètode de Newton–Rapshon amb dues variables per tal de calcular la solució del sistema no lineal

$$x = \sin(x + y),$$

$$y = \cos(x - y),$$

prenent  $(x_0, y_0) = (1, 1)$ , arribar a 7 xifres decimals bones.