

Mètodes Numèrics 2005-2006. 5

Exercici 5-1: Calculeu $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^2} = \pi/4$ usant la fòrmula del trapezi composta i la fòrmula de Simpson composta prenen $n = 10$. Obtenir una bona estimació de l'error avaluant les derivades de $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ mitjanant les derivades de la funció inversa.

Quina n caldria agafar per obtenir error més petit que 10^{-8} en tots dos casos?

Exercici 5-2: Apliqueu el mètode de coeficients indeterminats per a trobar la millor fòrmula del tipus:

$$\int_0^h f(x) dx = h(a_0 f(0) + a_1 f(h)) + h^2(b_0 f'(0) + b_1 f'(h)) + E[f].$$

Deduiu l'error.

Exercici 5-3: Calculeu per aquest mètode $\int_0^{\pi/6} \sqrt{\cos x}, dx$.

Exercici 5-4: Calculeu $\int_0^{1/2} \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$ amb precisió 10^{-7} desenvolupant $\frac{1}{1+x}$ en potències de x . Trobeu aquest mateix valor amb la mateixa precisió usant Simpson compost.

Exercici 5-5: Necessitem calcular $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{0.1323} e^{-x^2/2} dx$ i la taula de la normal de que disposem només dona dades amb pas de 0.1 essent els valors més propers

t	$N(t)$
0.	0.
0.1	0.0398
0.2	0.0793
0.3	0.1179

on $N(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-x^2/2} dx$. (Volem calcular doncs $N(0.1323)$).

a) Si ho fem per interpolació, determineu quants punts haurem d'agafar com a mínim per obtenir precisió 10^{-3} i trobeu el valor.

b) Si ho fem per Simpson compost, determineu quin pas haurem de prendre per obtenir precisió 10^{-8} i trobeu també el valor.

Exercici 5-6: Calculeu les integrals següent pel mètode de Romberg amb 6 decimals de precisió

$$\int_0^\pi x \cos(3x) dx \quad \text{i} \quad \int_0^1 \frac{2dx}{2 + \sin(10\pi x)}.$$

Comparar amb els valors exactes.

Exercici 5-7: Calculeu $\int_0^\pi \cos(\sin x) dx$ mitjançant els polinomis de Legendre de 3 i 4 punts respectivament.

Exercici 5-8: Calculeu $\ln 2 = \int_1^2 \frac{1}{x} dx$ mitjançant els polinomis de Txebyshhev de 3, 4, 5 i 6 punts respectivament.