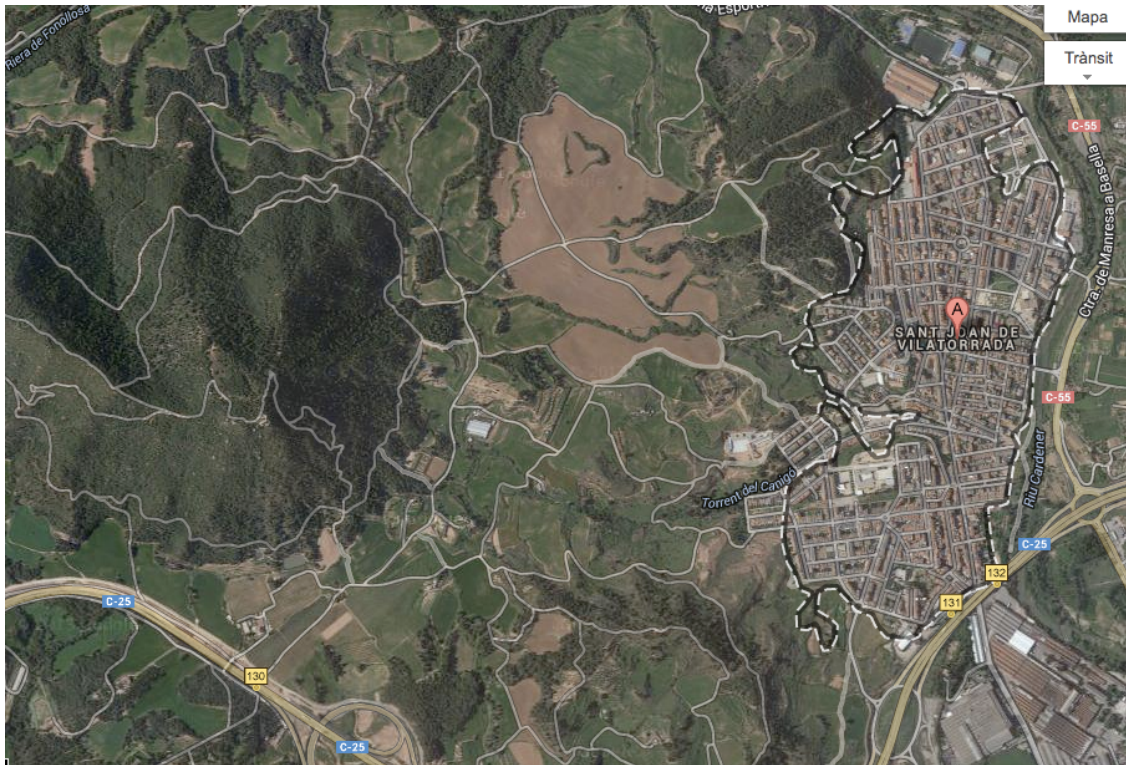


LES FORMES QUE ENS ENVOLTEN

Natàlia Castellana
Els Dissabtes de les Matemàtiques
29 de març de 2014

La ruta dels corriols a Collbaix

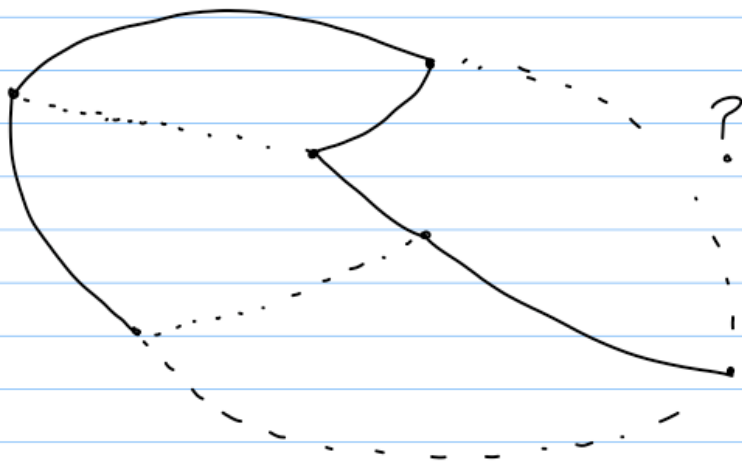
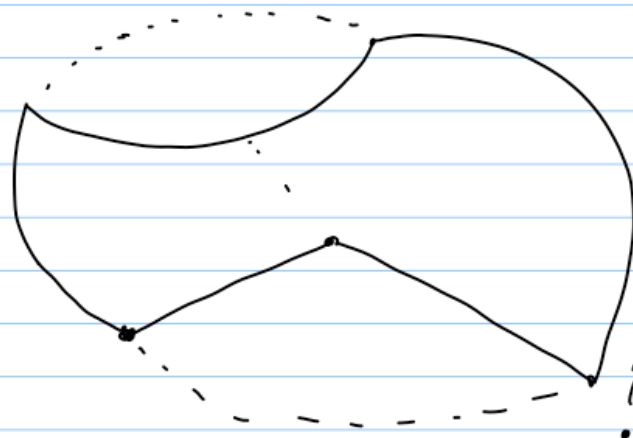
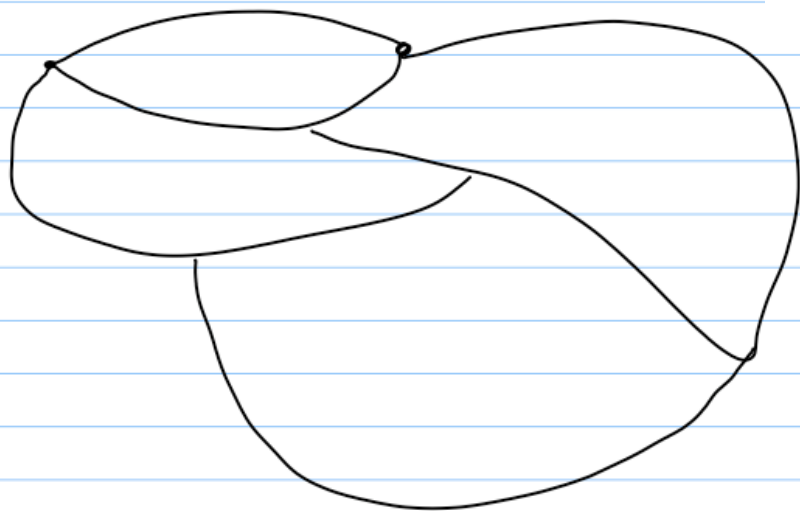


En un centre excursionista volen fer una ruta que recorri els corriols de la zona de Collbaix.

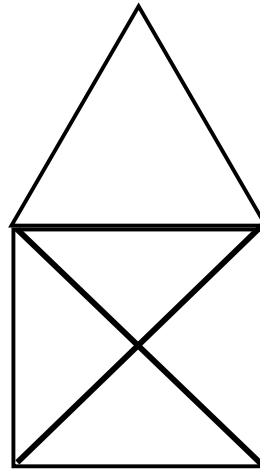
La ruta dels corriols de Collbaix



Fem uns quants intents...

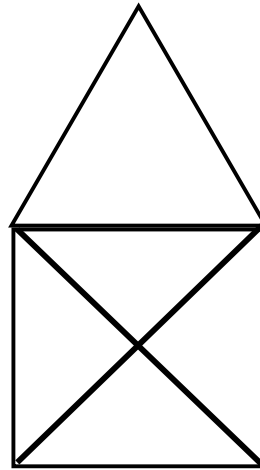


Déjà vu! el joc de la caseta (o del sobre)



Pots fer aquest dibuix sobre el paper sense aixecar el llapis i passant només un cop per cada línia?

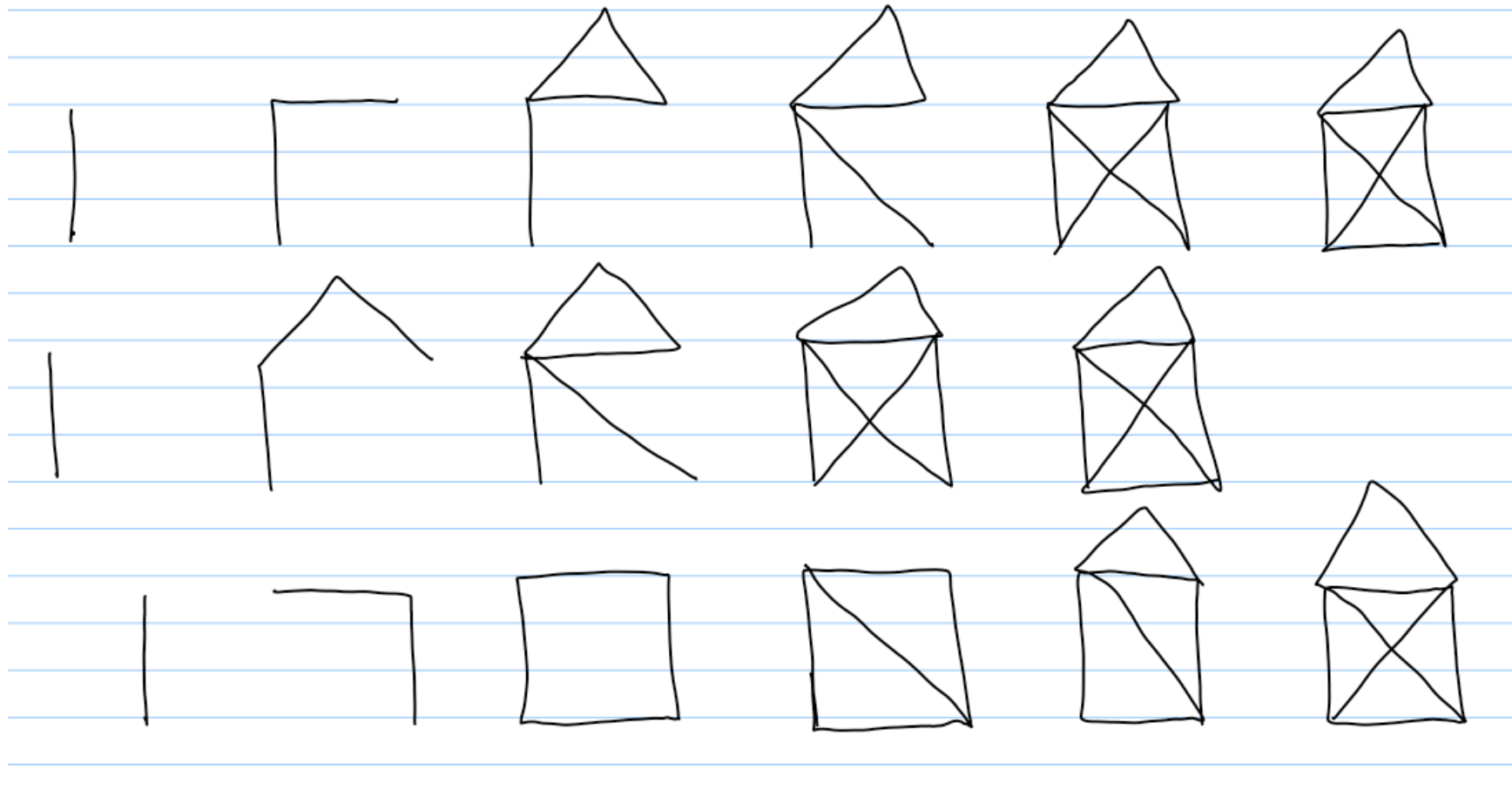
Déjà vu! el joc de la caseta (o del sobre)



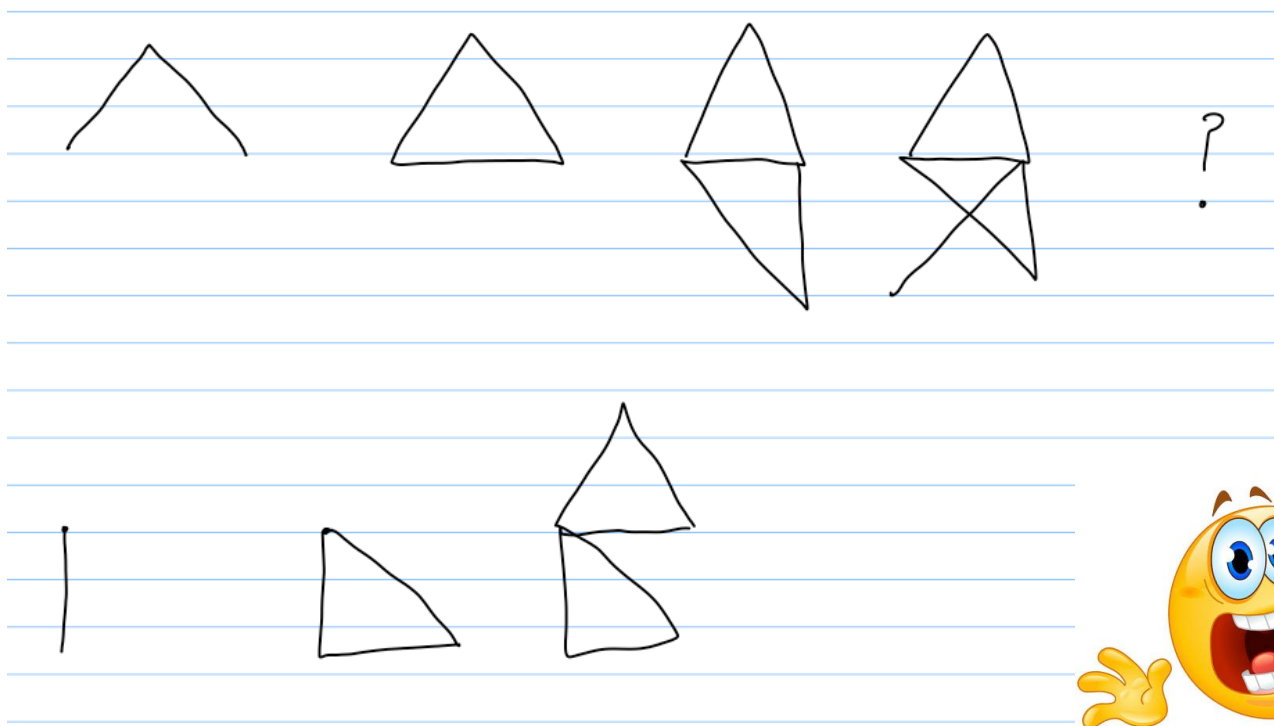
Pots fer aquest dibuix sobre el paper sense aixecar el
llapis i passant només un cop per cada línia?

SÍ!

Es pot fer de moltes maneres.



I si comencem la casa per la teulada...

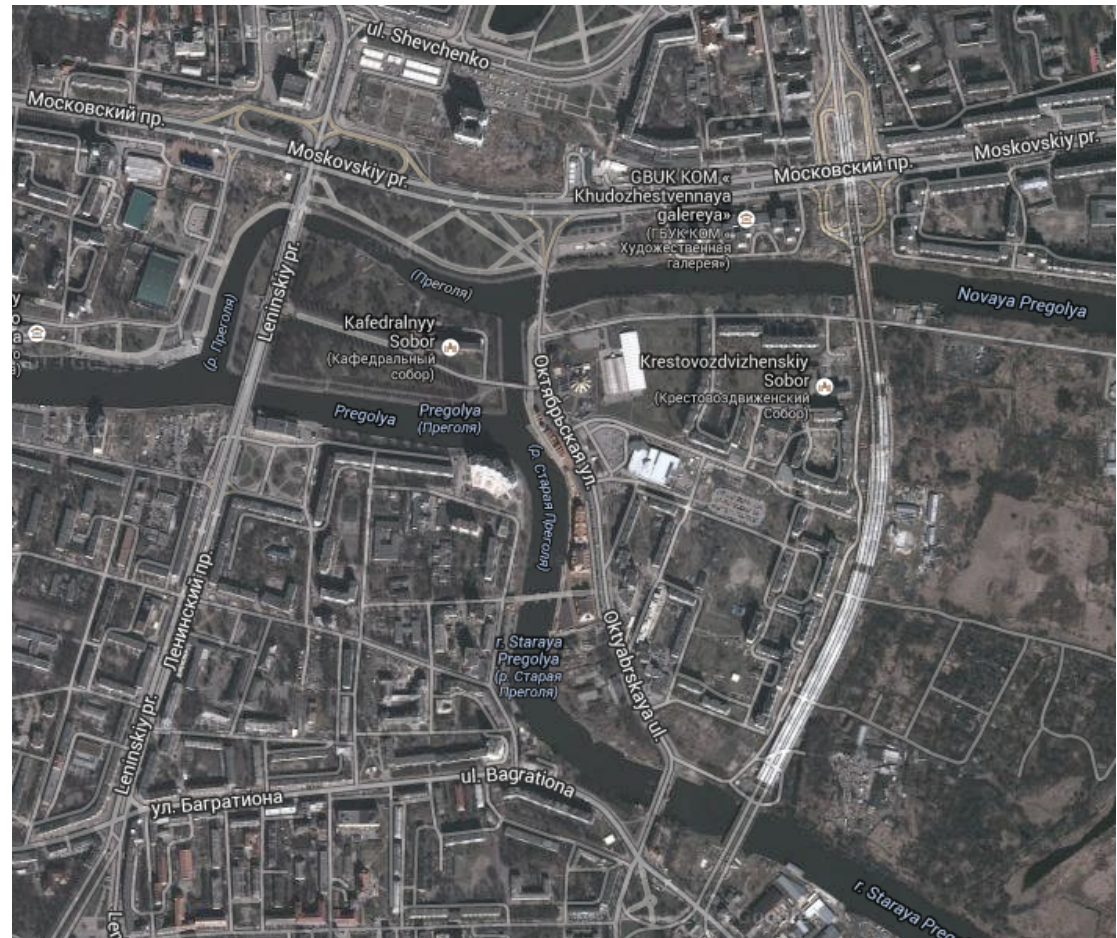


Fem un viatge en el temps fins al s. XVIII



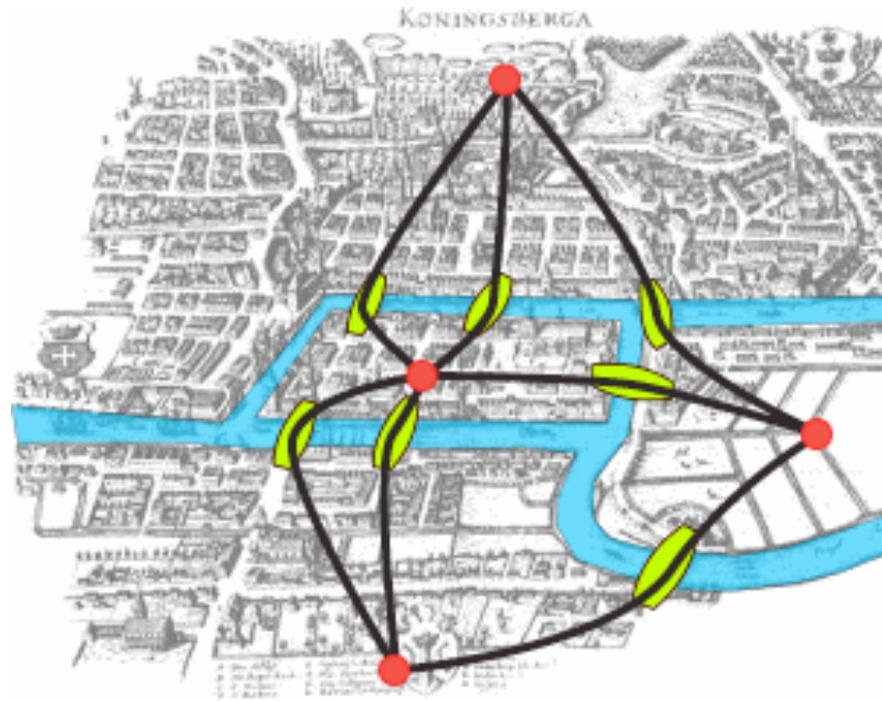
Som al 1736, a la ciutat de Königsberg. Els habitants volen fer una rua que passi per tots els ponts del centre de la ciutat, però només un cop.

Kaliningrad actual



Tornem al segle XVIII

Aquest és
ESSENCIALMENT
el recorregut que
hem de fer.



Leonhard Euler (1707-1783)



L. Euler va considerar el problema dels ponts de Königsberg i va donar-ne una solució.

Problematis ad geometriam situs pertinentis.

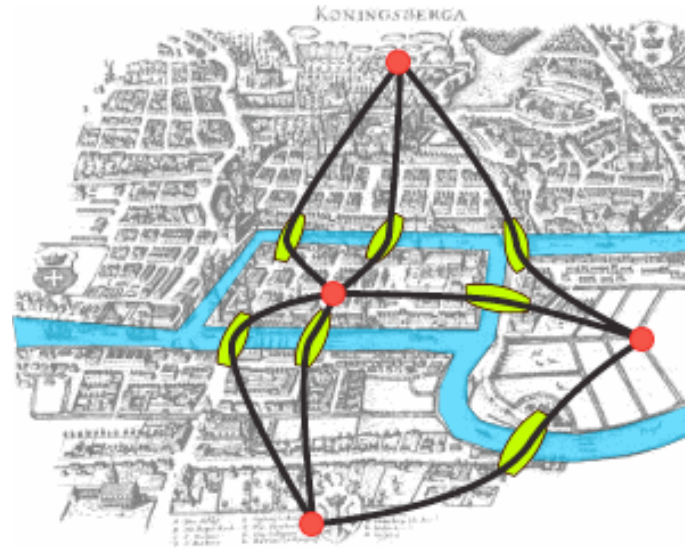
Commentarii Academiae Scientiarum
Imperialis Petropolitanae 8 (1736), pp.
128-140

La solució

Hi ha dos tipus de punts al llarg del recorregut:

De pas: tenen un nombre parell de línies que hi conflueixen

De sortida o arribada:
poden tenir un nombre senar de línies que hi conflueixen

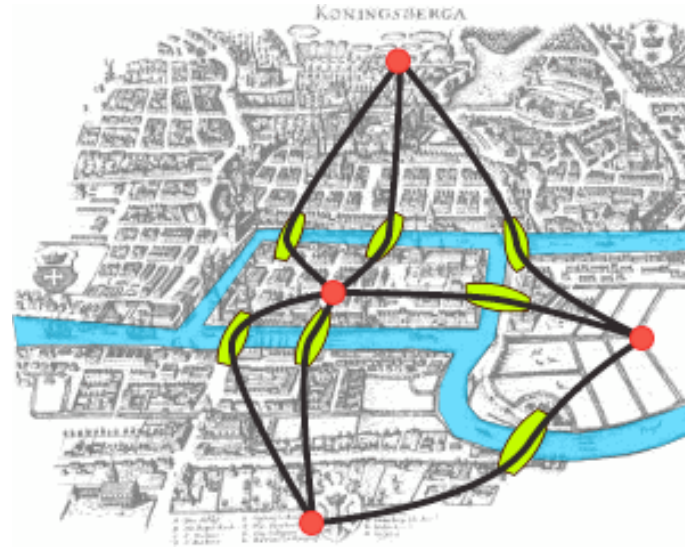


La solució

Hi ha dos tipus de punts al llarg del recorregut:

De pas: tenen un nombre parell de línies que hi conflueixen.

De sortida o arribada: poden tenir un nombre senar de línies que hi conflueixen.



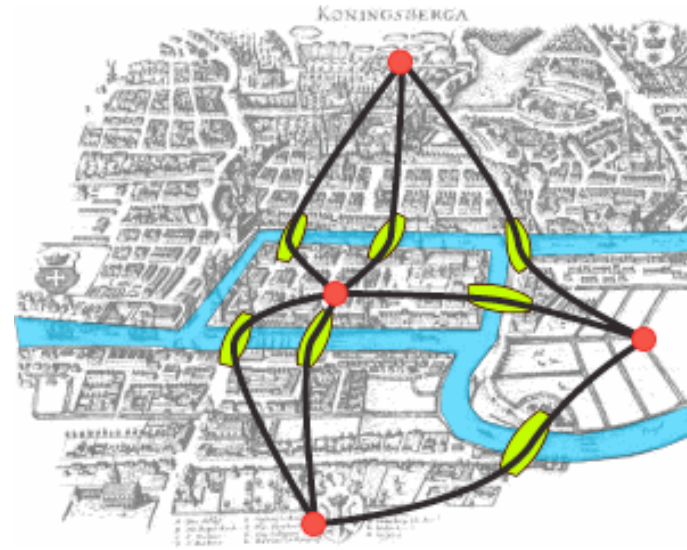
Conclusió: podré fer el recorregut si hi ha dos o cap punts senars.

La solució

Hi ha dos tipus de punts al llarg del recorregut:

De pas: tenen un nombre parell de línies que hi conflueixen.

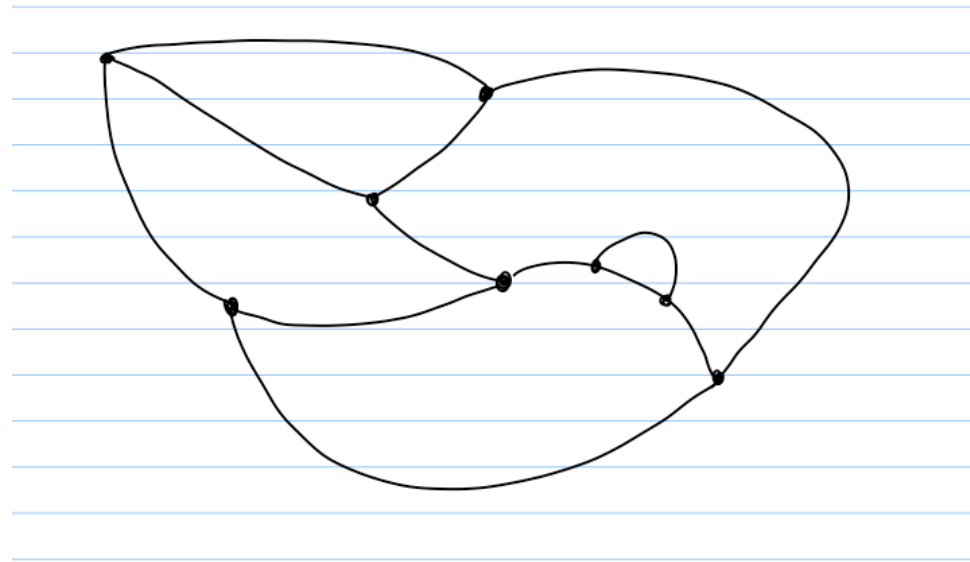
De sortida o arribada: poden tenir un nombre senar de línies que hi conflueixen.



Conclusió: podré fer el recorregut si hi ha dos o cap punts senars.

Solució: No és possible organitzar una rua que passi per tots els ponts una i només una vegada.

Tornem al centre excursionista.



Tots els vèrtexs són senars. Està clar que haurem de repetir trams. Però, com ho hem de fer per a què el recorregut sigui el més curt possible?

Si insisteixo en
recórrer tots els
corriols encara que
hagi de repetir camí:
quina és la manera
més curta de fer-ho?

Ara tenim un graf
amb arestes
numerades.

El problema del carter

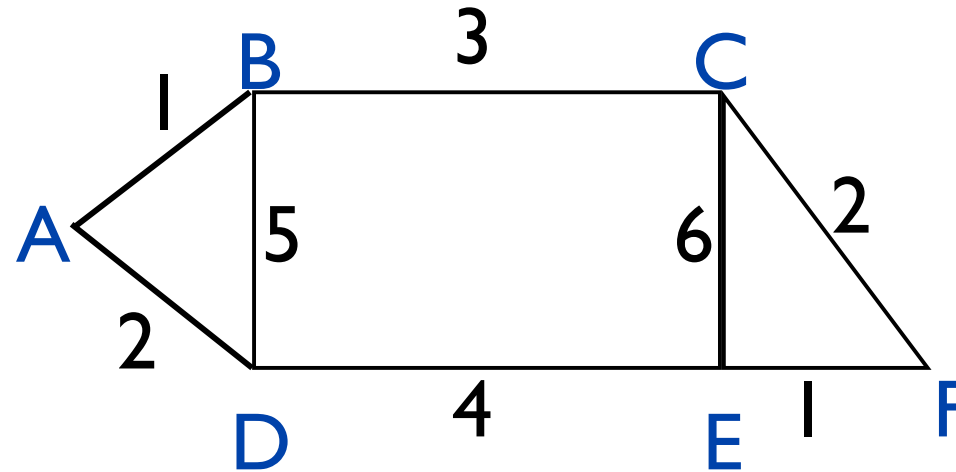
Si insisteixo en
recórrer tots els
corriols encara que
hagi de repetir camí:
quina és la manera
més curta de fer-ho?

Ara tenim un graf
amb arestes
numerades.

Com ho ha de fer
un carter per
recórrer tots els
carrers de la seva
ruta amb la mínima
distància?



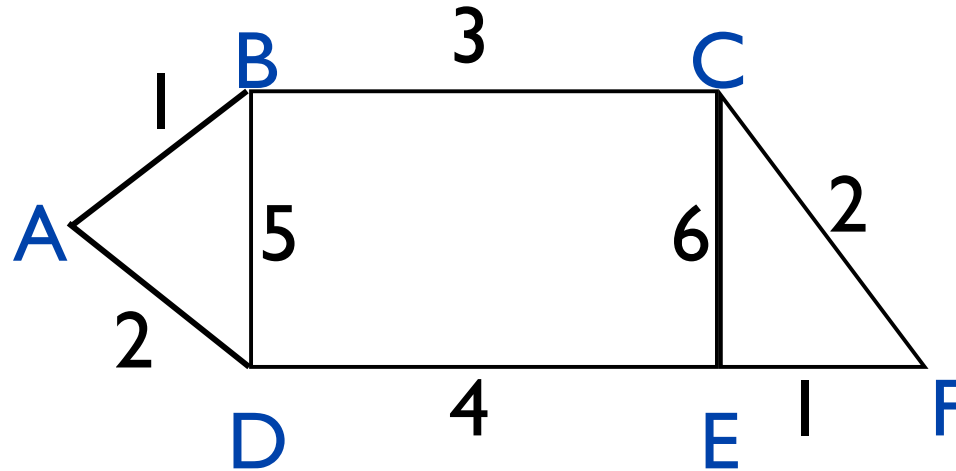
Què faríem amb un exemple



Els vèrtexs B,C,D,E són senars!

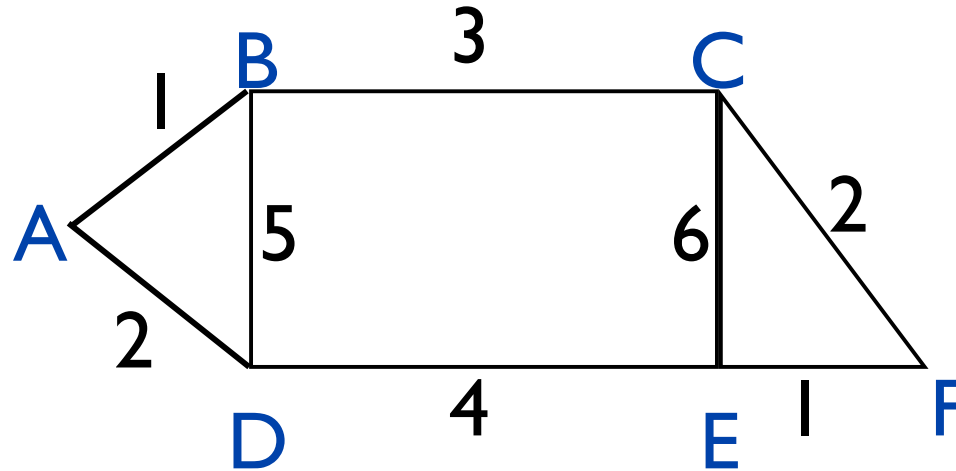
Segur que haurem de repetir arestes. Afegirem arestes de tornada per a que tots els vèrtexs sigui parells i el que afegim sigui el més curt possible.

Què faríem amb un exemple



Si aparellem: BC i DE els camins més curts sumen $3+4=7$

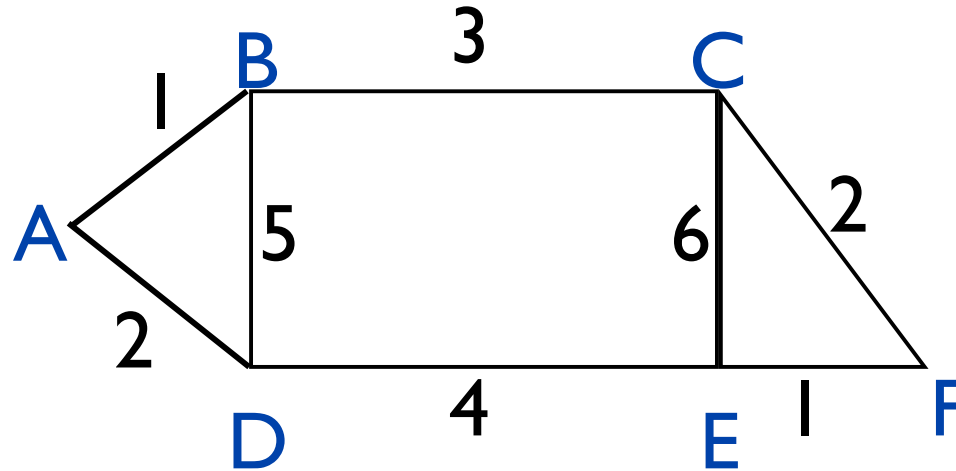
Què faríem amb un exemple



Si aparellem: BC i DE els camins més curts sumen $3+4=7$

Si aparellem: BD i CE els camins més curts sumen $3+3=6$

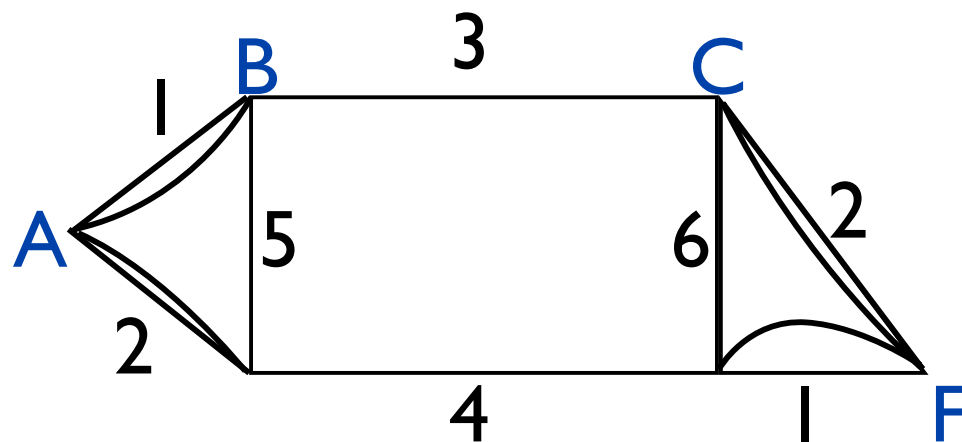
Què faríem amb un exemple



Si aparellem: BC i DE els camins més curts sumen $3+4=7$

Si aparellem: BD i CE els camins més curts sumen $3+3=6$

Si aparellem: BE i CD els camins més curts sumen $6+6=12$



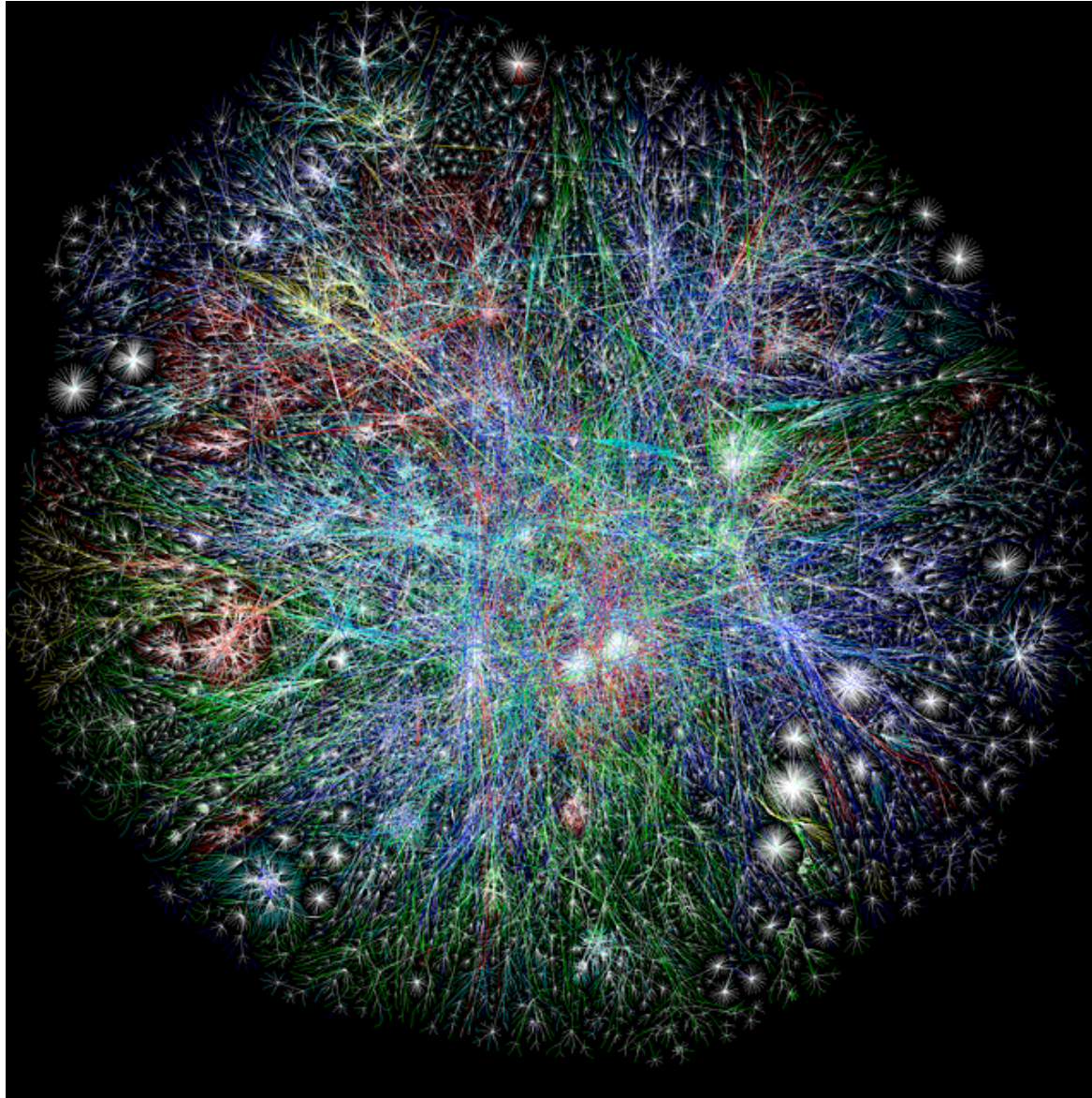
El camí més curt serà un camí d'Euler per aquest nou graf.



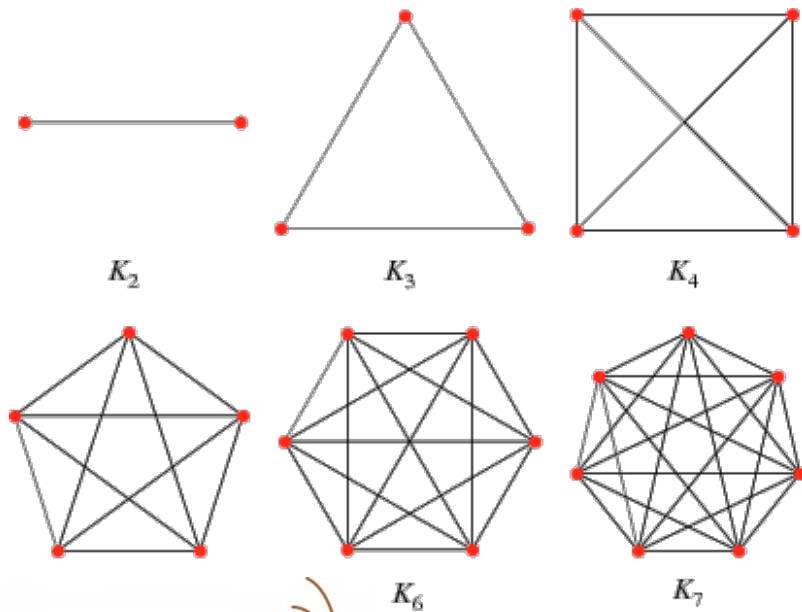
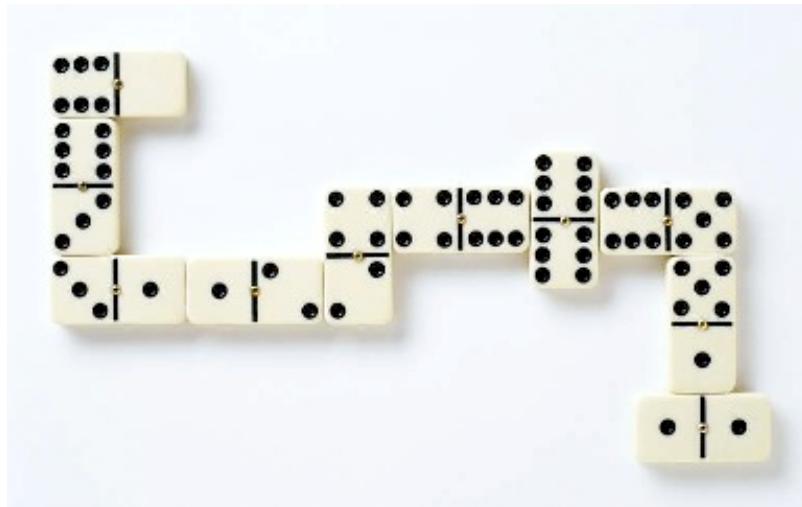
Grafs per tot arreu!



Internet! i les xarxes.



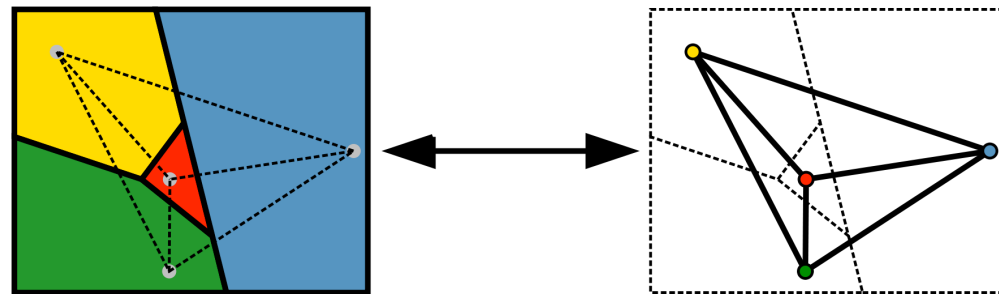
Què té a veure tot això amb el dòmino?



I amb una impremta de mapes?



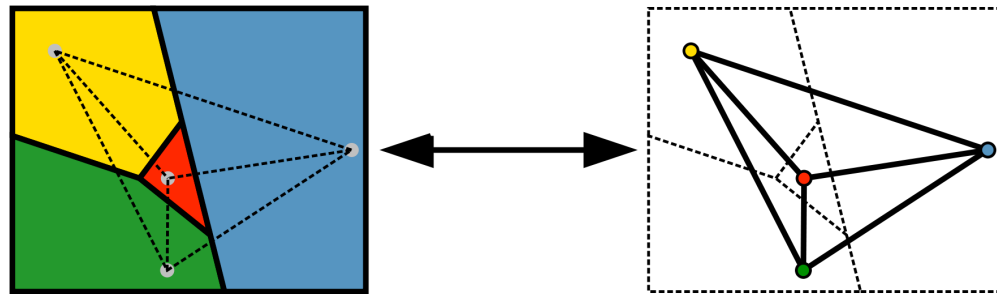
Quin és el número mínim de colors que calen per pintar qualsevol mapa de manera que regions contigües tinguin colors diferents?



I amb una impremta de mapes?



Quin és el número mínim de colors que calen per pintar qualsevol mapa de manera que regions contigües tinguin colors diferents?

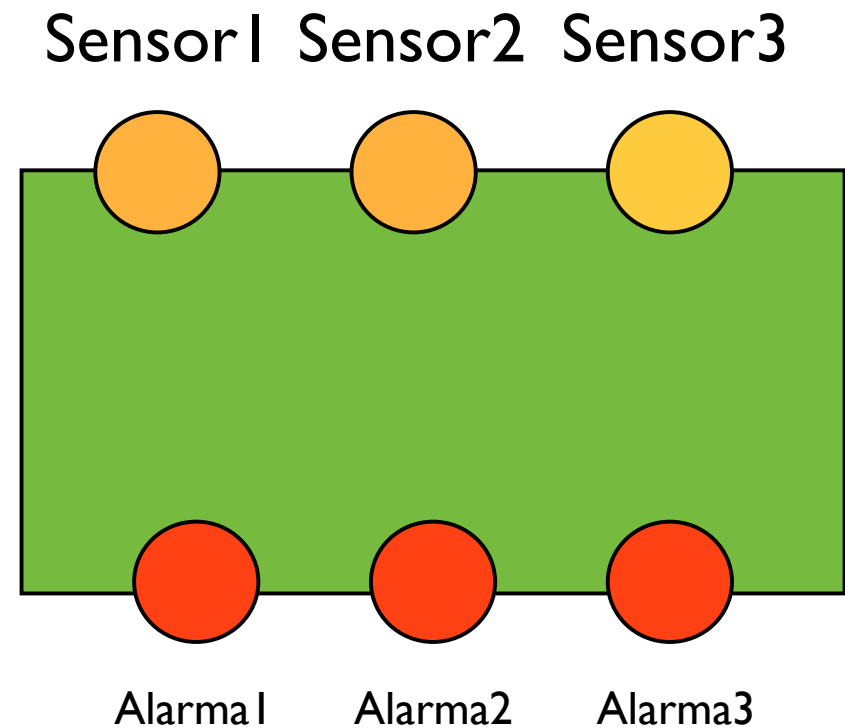
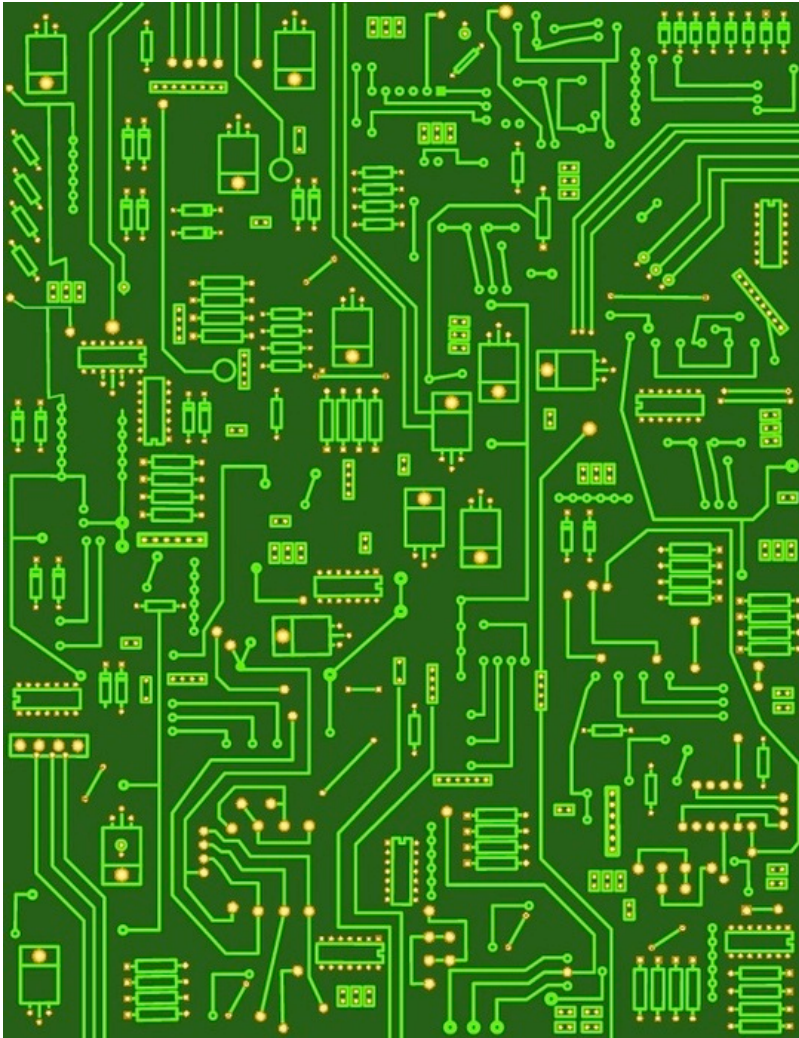


El planteja el 1850, Francis Guthrie, estudiant de De Morgan a Imperial College de Londres.

Heawood (1890): amb 5 colors n'hi ha prou.

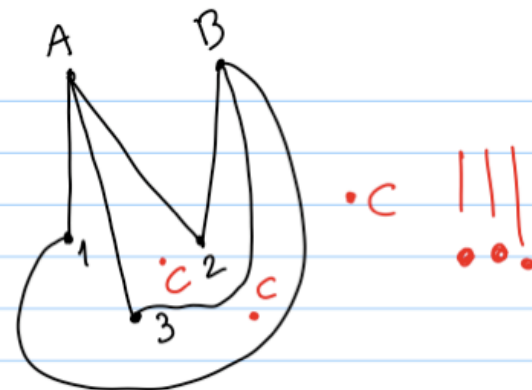
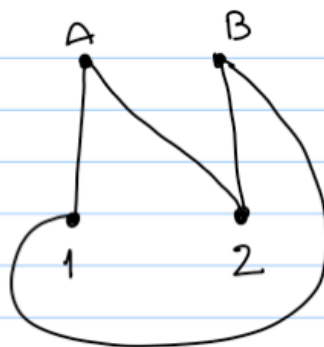
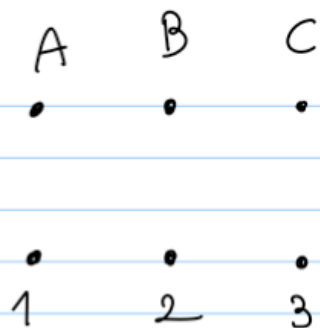
I amb 4? (1976) demostrat amb una comprovació final de 1200 hores de computació. Nova demostració (encara però amb ordinador el 1997).

I ara ... una d'electrònica

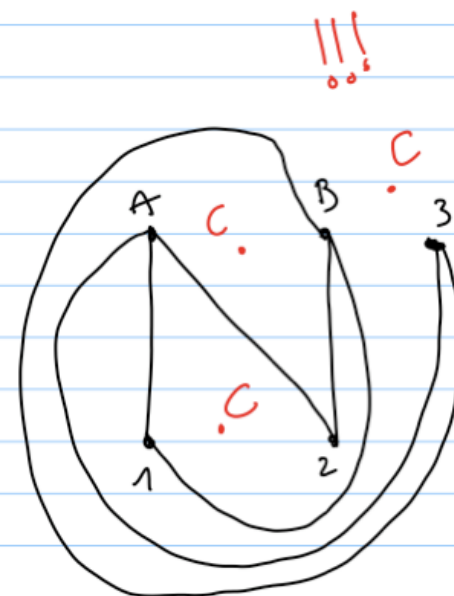
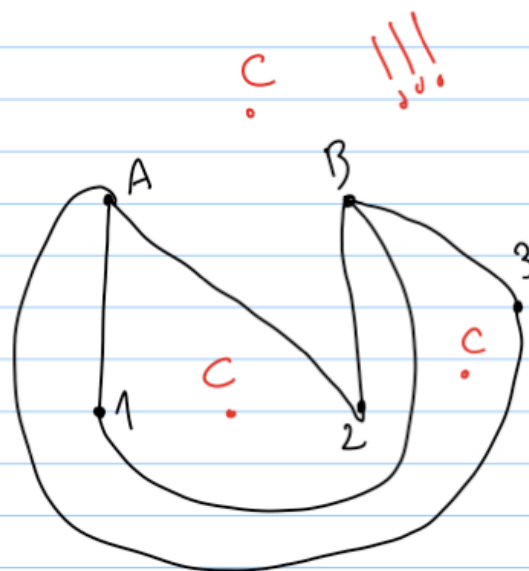
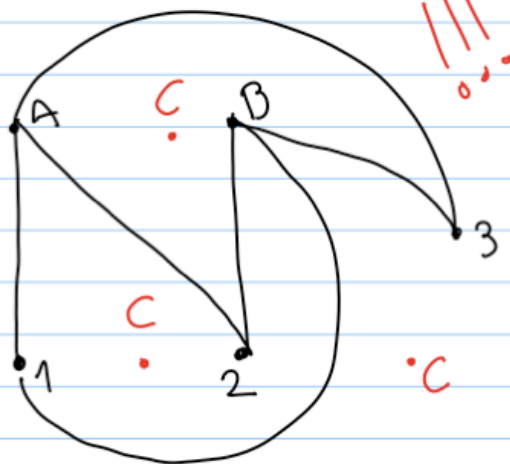


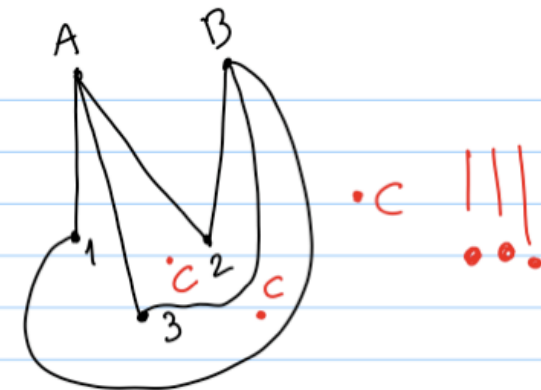
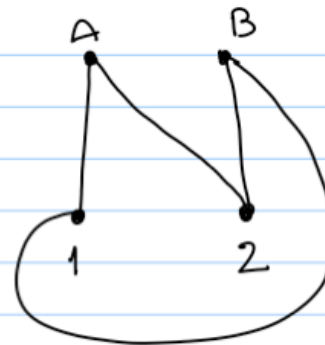
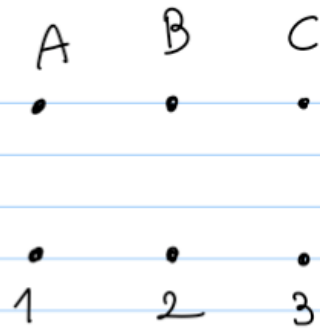
Volem connectar cada sensor amb les tres alarmes de manera independent.

Tornem-hi: llapis i paper...

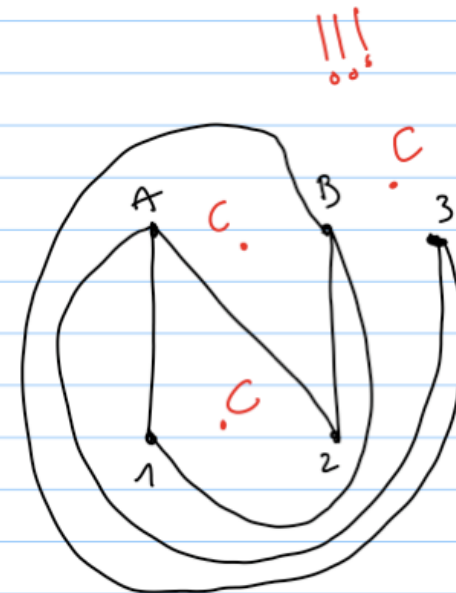
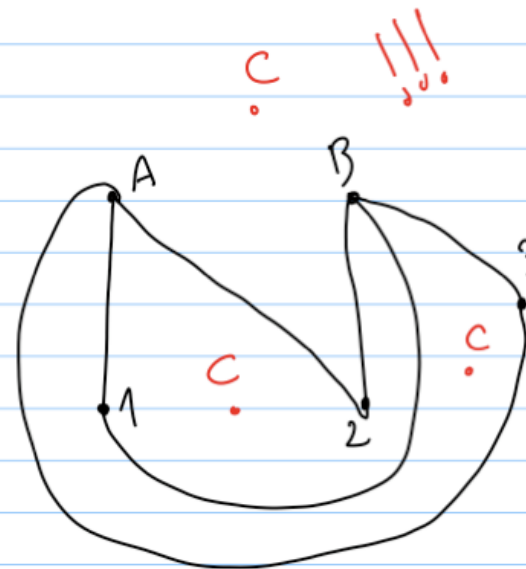
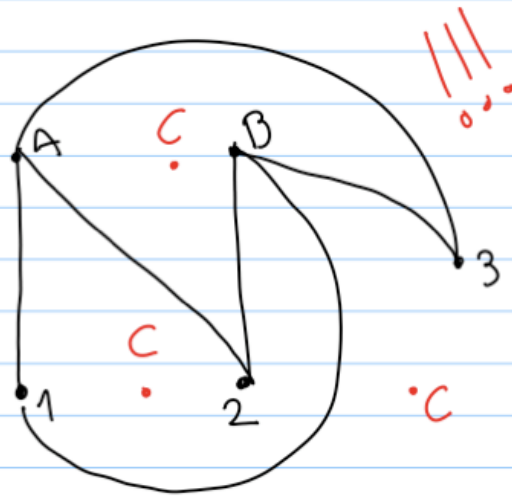


Per tant, 3 queda fora





Per tant, 3 queda fora



Al final, tot depèn de que una corba tancada al pla, que no es talla ella mateixa, el separa en dues regions disjunctes: a dins i fora.

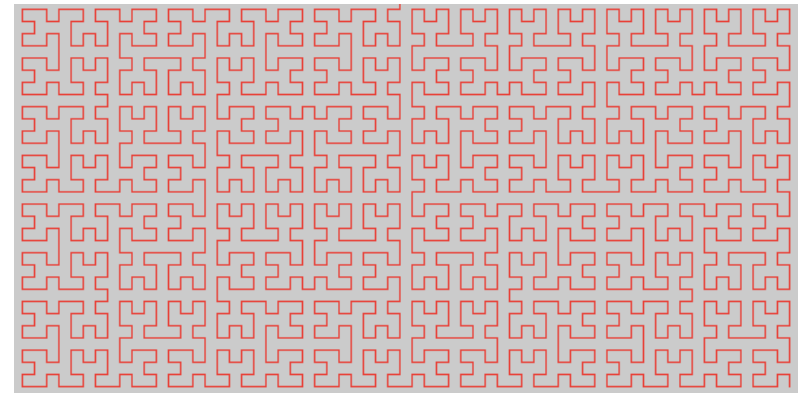
Teorema de la corba de Jordan

Tota corba tancada al pla sense autointerseccions el divideix en dues regions disjundes: una interior i una d'exterior de tal manera que qualsevol camí continu d'un punt interior a un d'exterior intersecta la corba en algun punt.



Camille Jordan (1838-1922)

El teorema de la corba de Jordan és un exemple de un fet que sembla intuitivament clar però que la seva demostració rigurosa en matemàtiques no és gens fàcil.

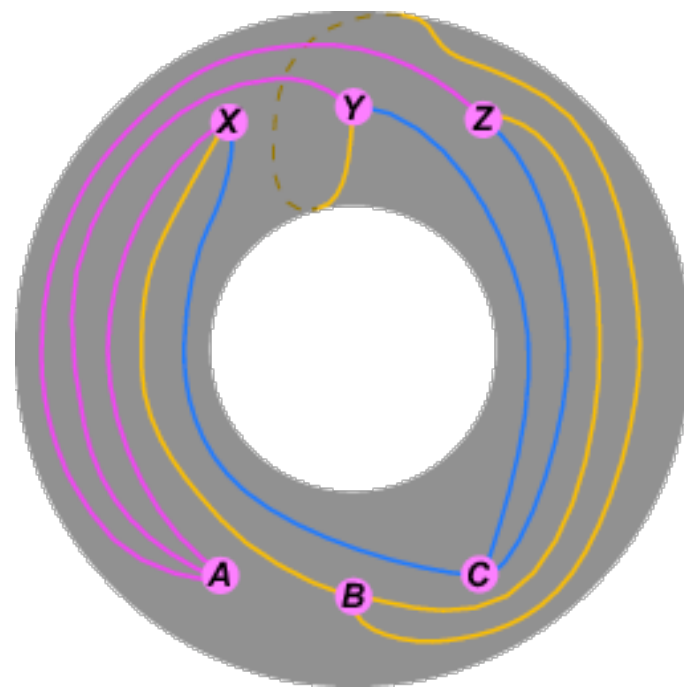
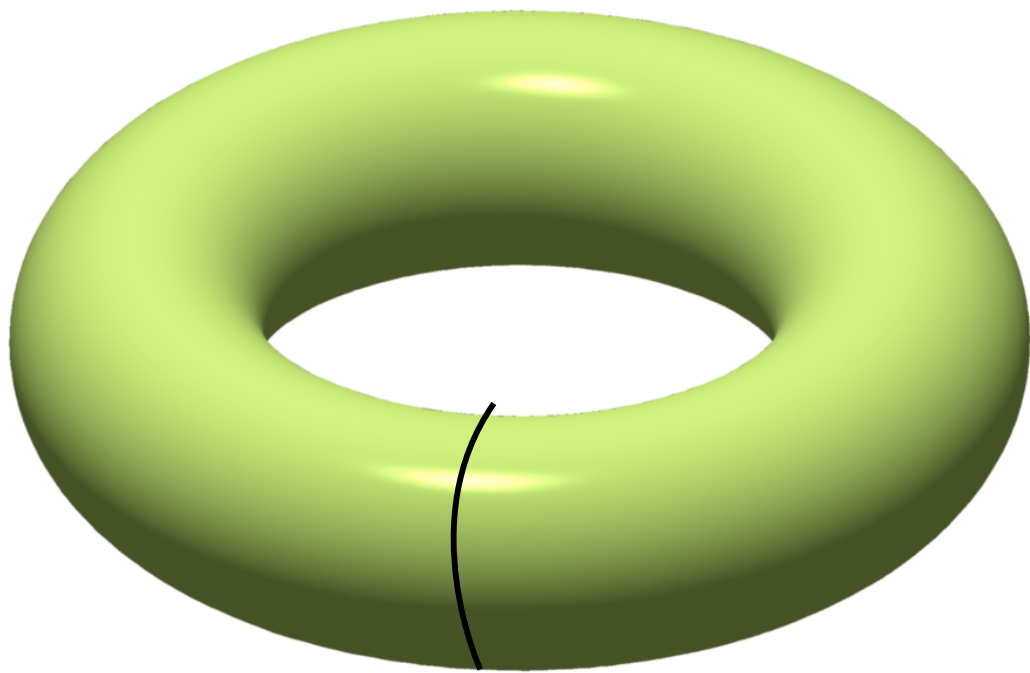


I si som en una esfera?

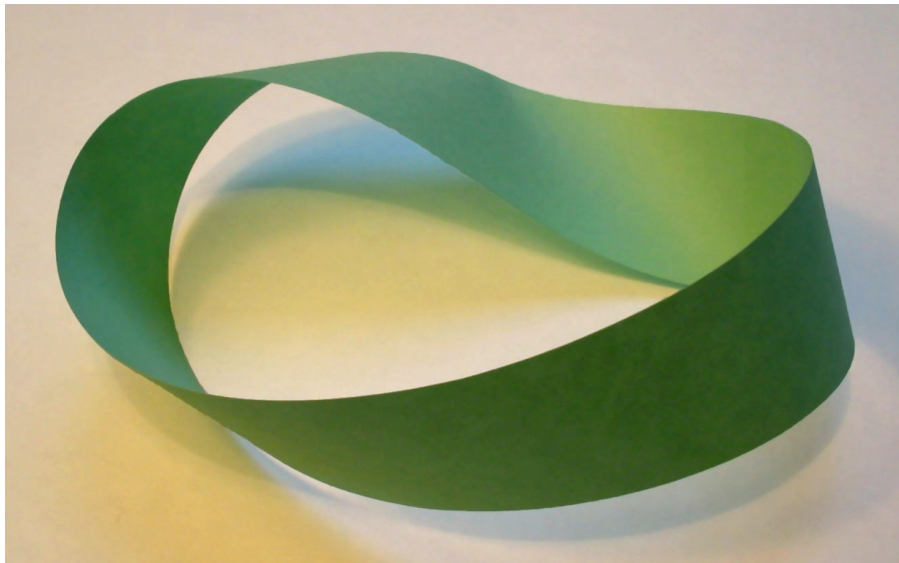


Tampoc podrem:
compleix la mateixa
propietat que el pla pel
que fa a les corbes
tancades que no
s'autotallen.

I si som en un tor?



I si som en una cinta de Möebius?



Què passa si tallem la cinta pel seu eix central?

Una altra raó: la característica d'Euler.

En un graf pla dibuixat sobre l'esfera (o el pla),

$$v-a+c=?$$

on v =número de vèrtexs, a =número d'arestes i
 c =número de regions en que queda dividida.

Una altra raó: la característica d'Euler.

En un graf pla dibuixat sobre l'esfera(o el pla),

$$v-a+c=2$$

on v =número de vèrtexs, a =número d'arestes i
 c =número de regions en que queda dividida.

$2a/c$ és el nombre
mig de arestes que té
una regió.

Una altra raó: la característica d'Euler.

En un graf pla dibuixat sobre l'esfera(o el pla),

$$v-a+c=2$$

on v =número de vèrtexs, a =número d'arestes i
 c =número de regions en que queda dividida.

$2a/c$ és el nombre
mig de arestes que té
una regió.

$$a=9$$

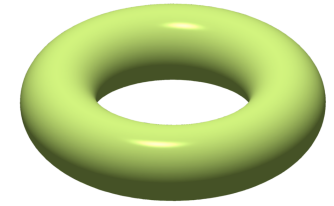
$$v=6$$

$$\text{Aleshores } c=5$$

$$\text{Per tant, } 2a/c=3.6$$

PERÒ, no és possible tenir cap regió amb menys
de quatre arestes
(sensor-alarma-sensor-alarma-...)

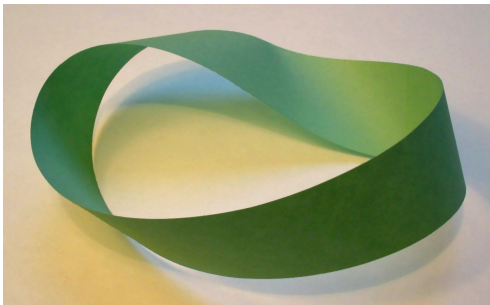
I que donarien els càlculs que acabem de fer
cas d'un tor?



La seva característica d'Euler és 0.

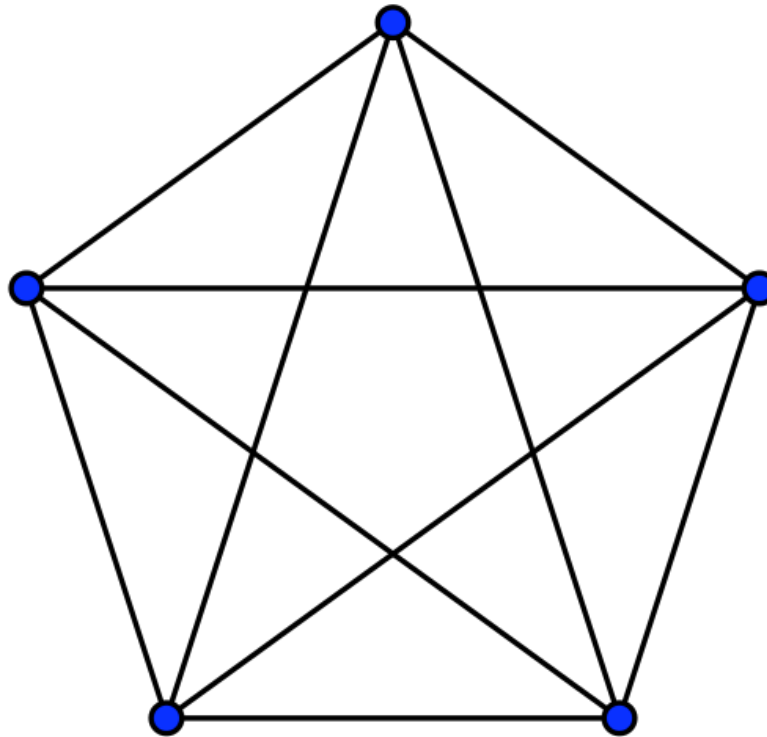
Tindriem que $c=3$ i que el nombre mitja d'arestes
per cara és 6.

La característica d'Euler d'una cinta de Moëbius
també és zero.



N'hi ha d'altres? Quins grafs podem representar de forma plana?

Proveu el graf complet en cinc vèrtexs.

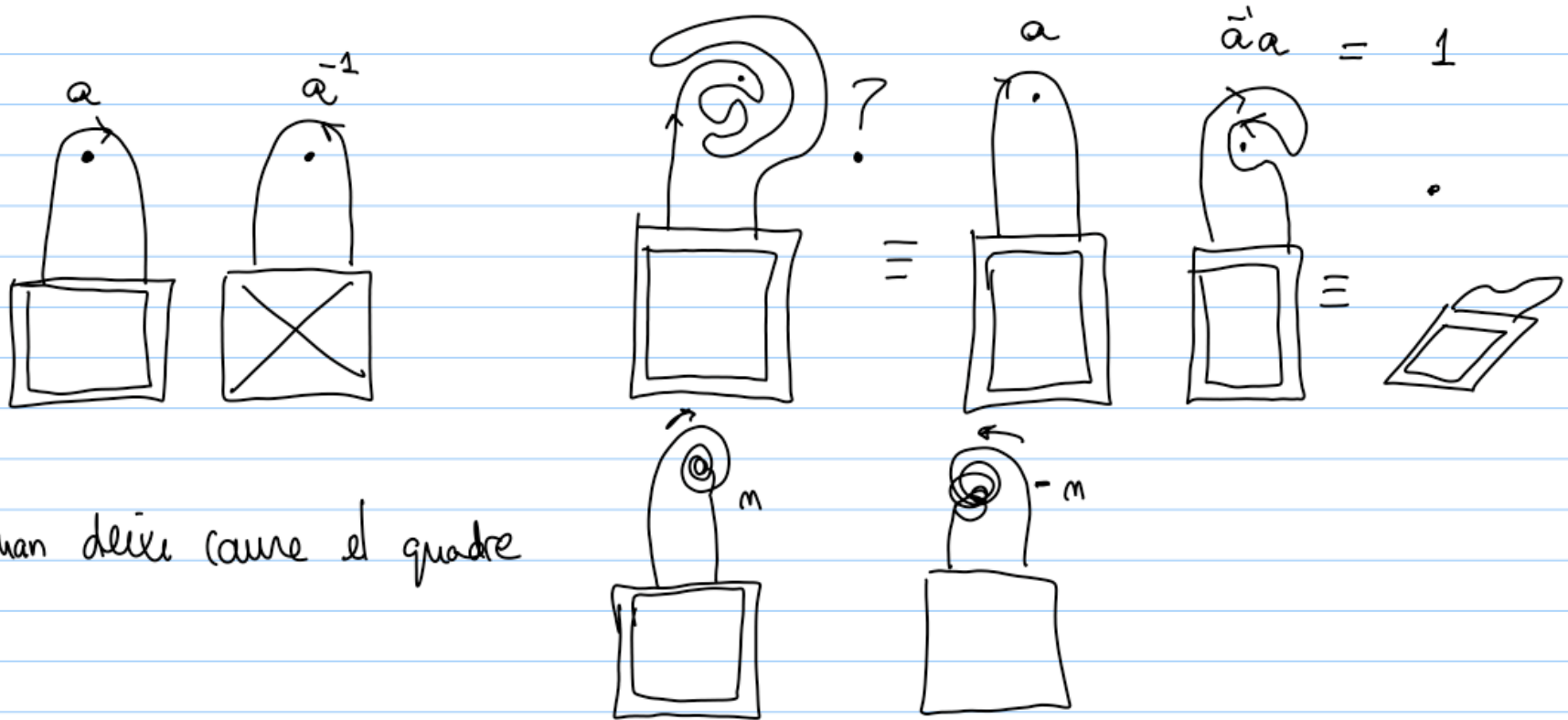


l ara... va de decoració.



Com penjaríem un quadre de dos claus (i una corda) de manera que treien qualsevol dels dos claus el quadre cau?

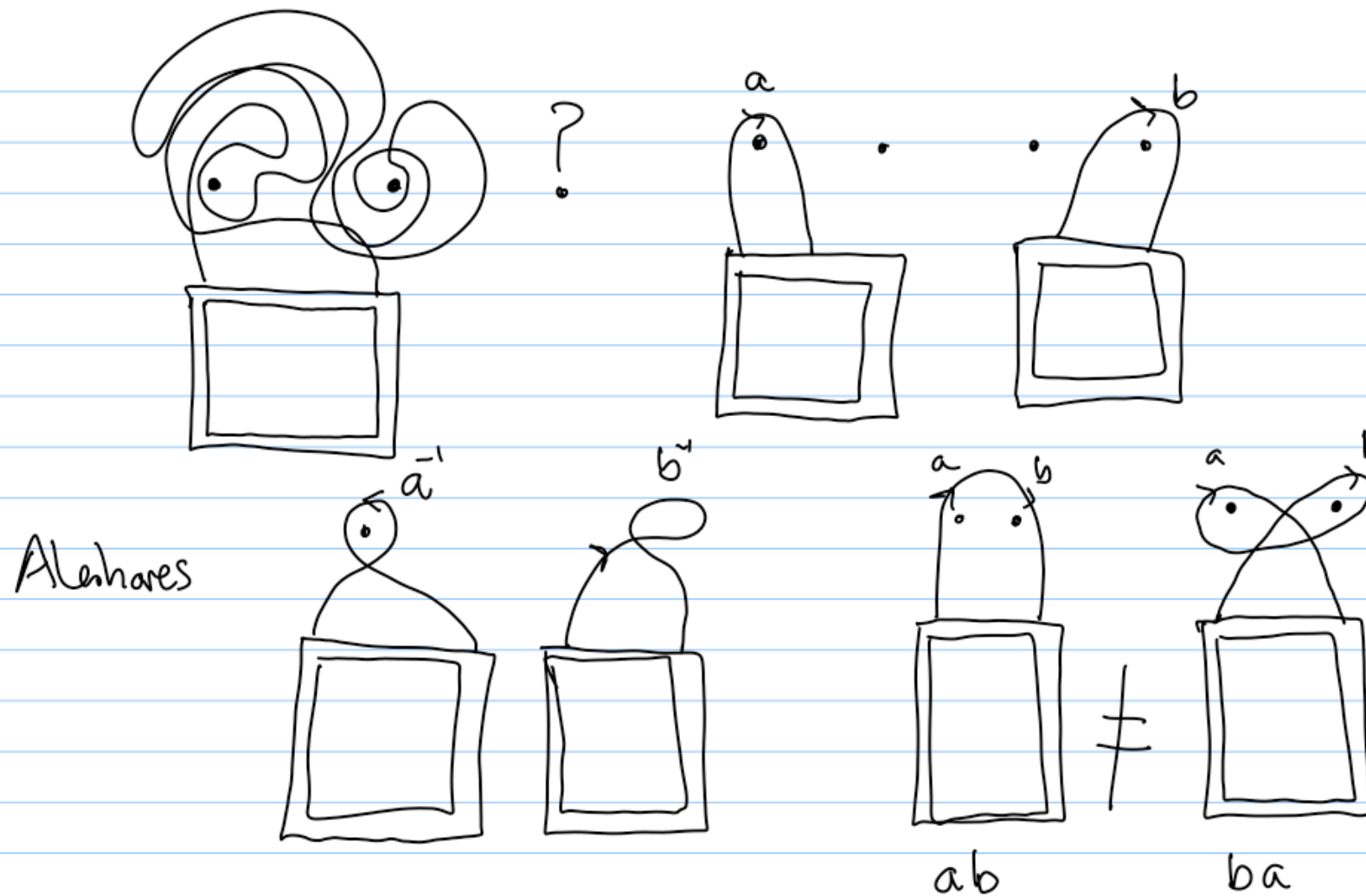
Fem-ho més senzill: un sol clau!



Quan deixes caure el quadre

ELS NOMBRES ENTERS !!!

I ara, taxan! dos claus..





Totes les formes
possibles de penjar un
quadre de dos claus es
codifiquen de manera
única en paraules amb
les lletres a i b i les
seves inverses: a , a^{-1} b ,
 ab , ba , aba , bab , $b^{-1}a$,...



Totes les formes
possibles de penjar un
quadre de dos claus es
codifiquen de manera
única en paraules amb
les lletres a i b i les
seves inverses: a, a^{-1} b,
ab, ba, aba, bab, $b^{-1}a$,
 $aba^{-1}b^{-1}$...

Eliminar un clau és eliminar la corresponent lletra
de la paraula: podeu dir-me doncs una paraula tal
que si eliminem a o b es cancel·la tota?

Un dia al matí....

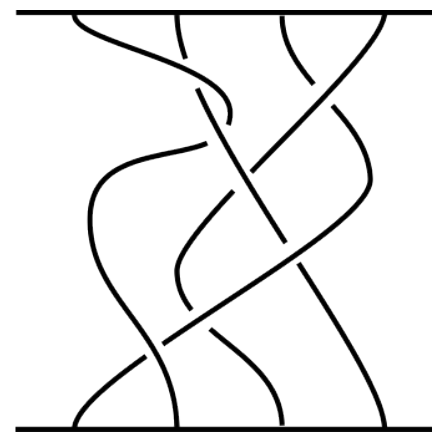
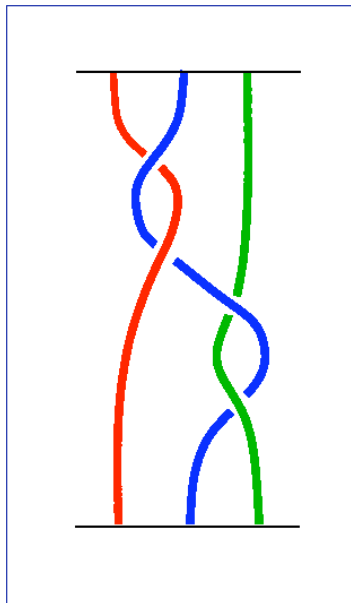
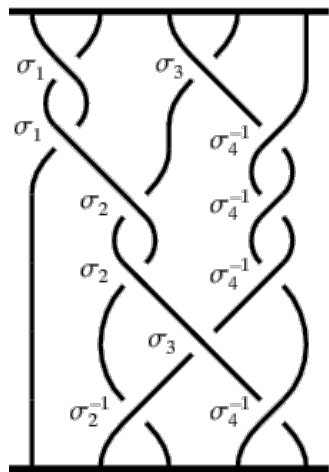
-Mama, mama, fes-me una trena per anar al cole!

-Quina trena vols?

Un dia al matí....

-Mama, mama, fes-me una trena per anar al cole!

-Quina ?

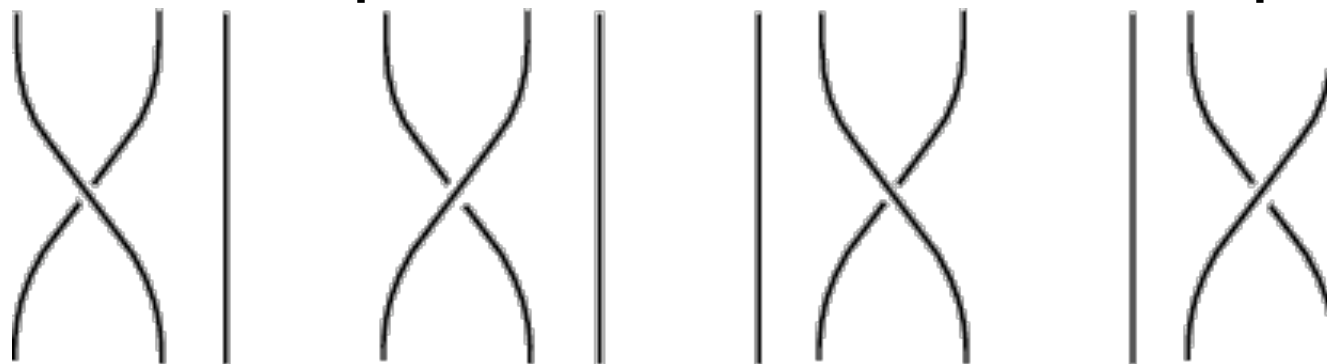


-Vull una trena de quatre que al treure qualsevol es desfà sense treure la goma!

-Ummm... avui farem tard a l'escola....



Si posem nom a un parell de moviments senzills, tota trena serà una paraula d'instruccions en aquestes lletres.



σ_1

a

σ_1^{-1}

a^{-1}

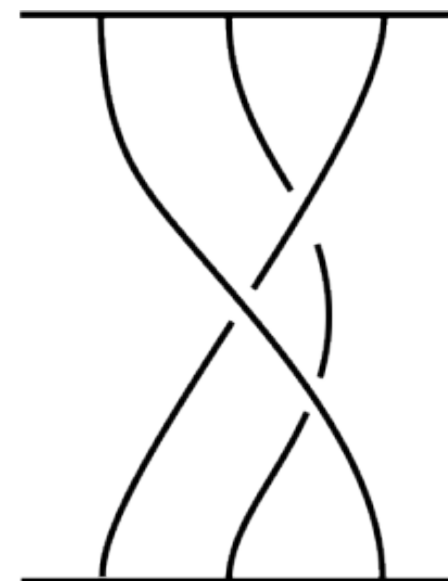
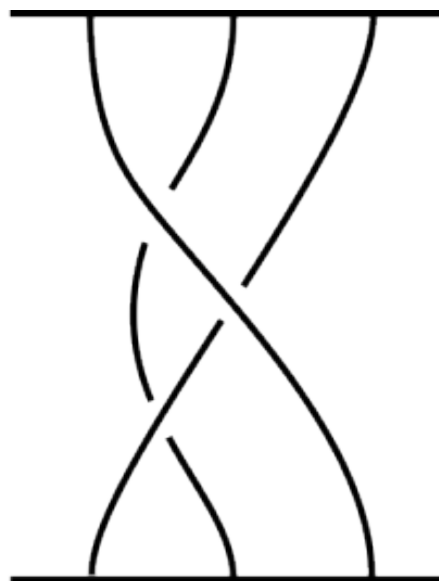
σ_2

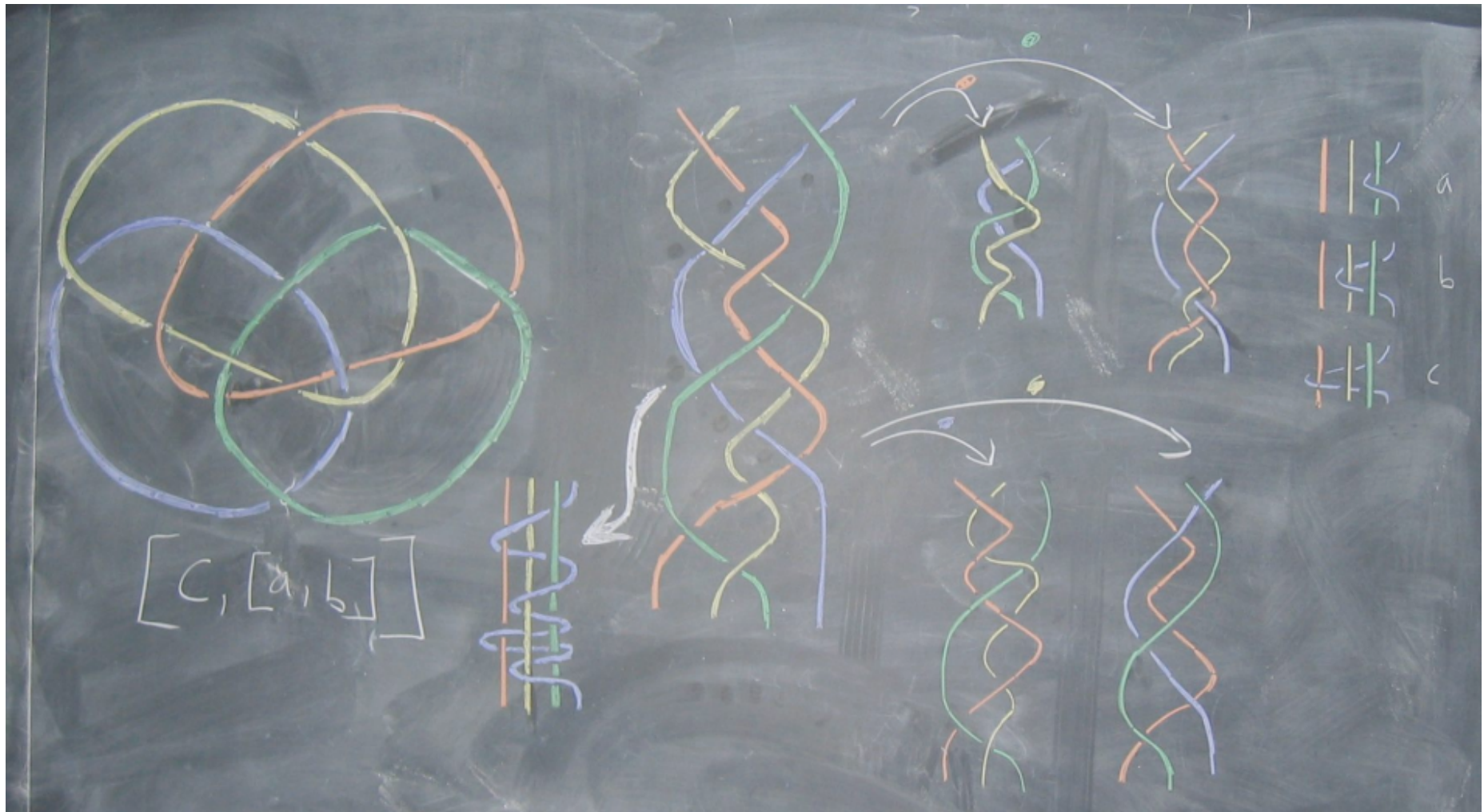
b

σ_2^{-1}

b^{-1}

Però ara tenim
més
identificacions:
 $aba^{-1} = b^{-1}ab$



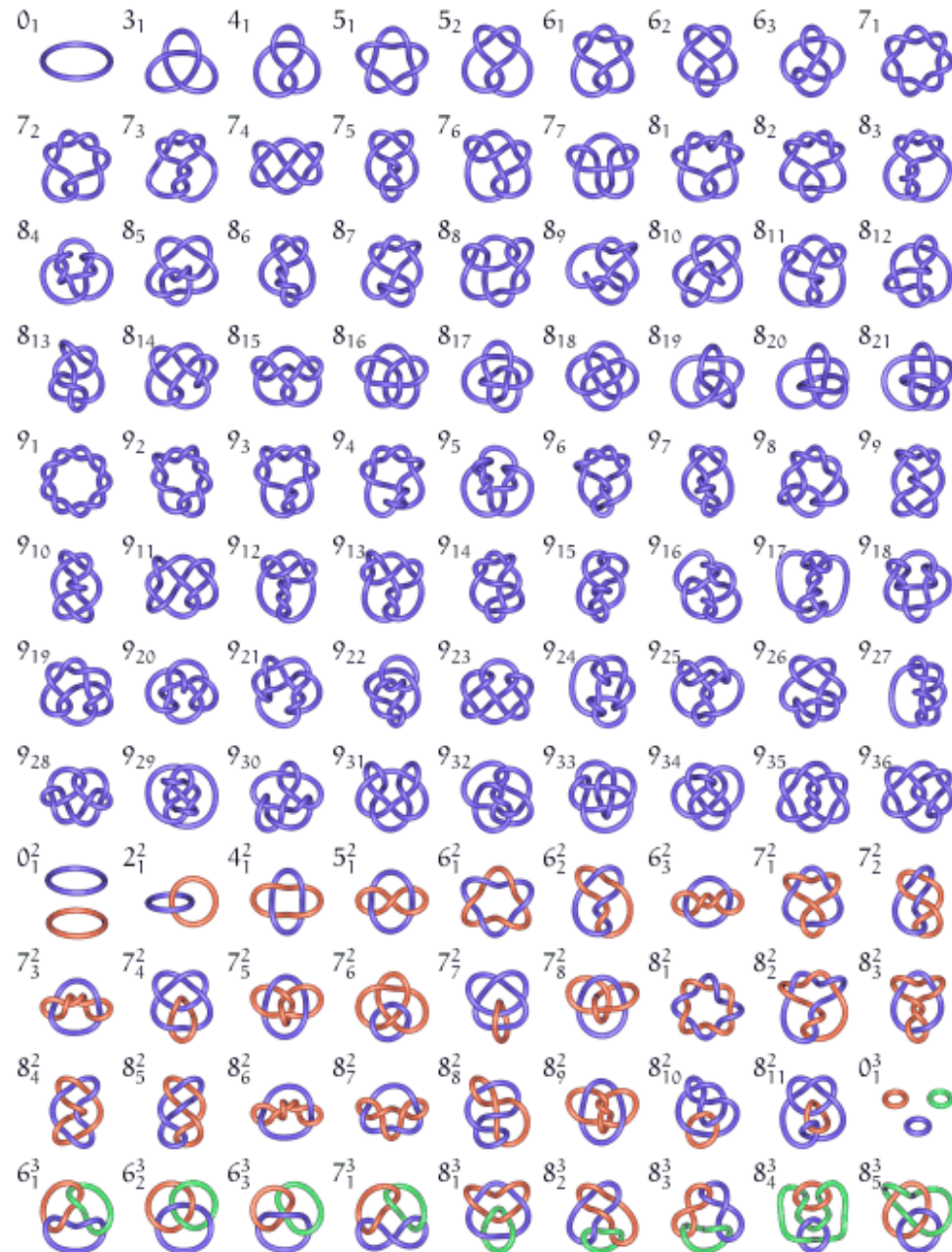


-Vull una trena de quatre que al treure qualsevol es desfà sense treure la goma!

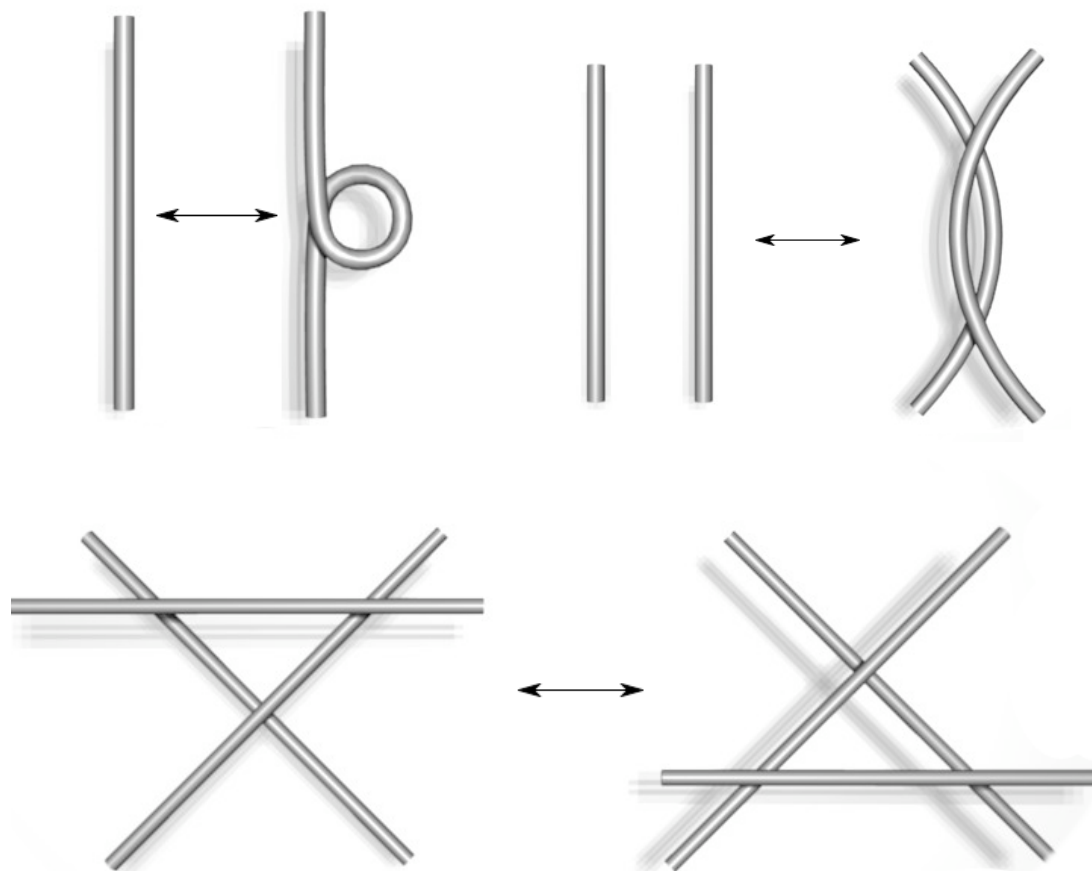
-Ummm... avui farem tard a l'escola....

I a l'espai, com
són les corbes
tancades que
no es tallen
elles mateixes?
Quin embolic!
Els nussos!

O fins i tot
combinacions de
vàries d'elles!
Enllaços!

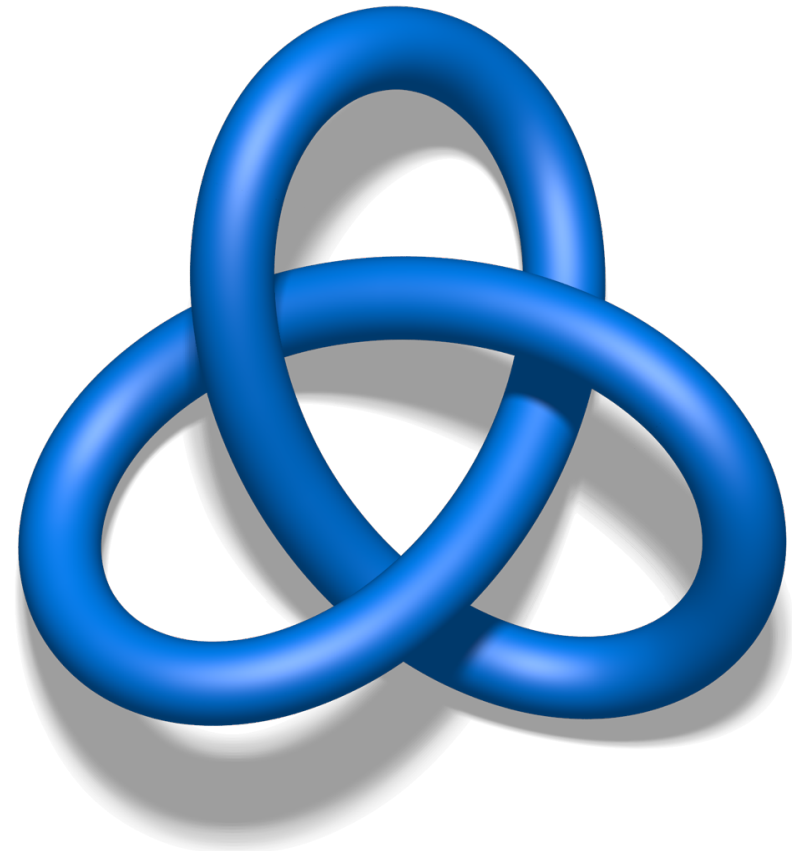
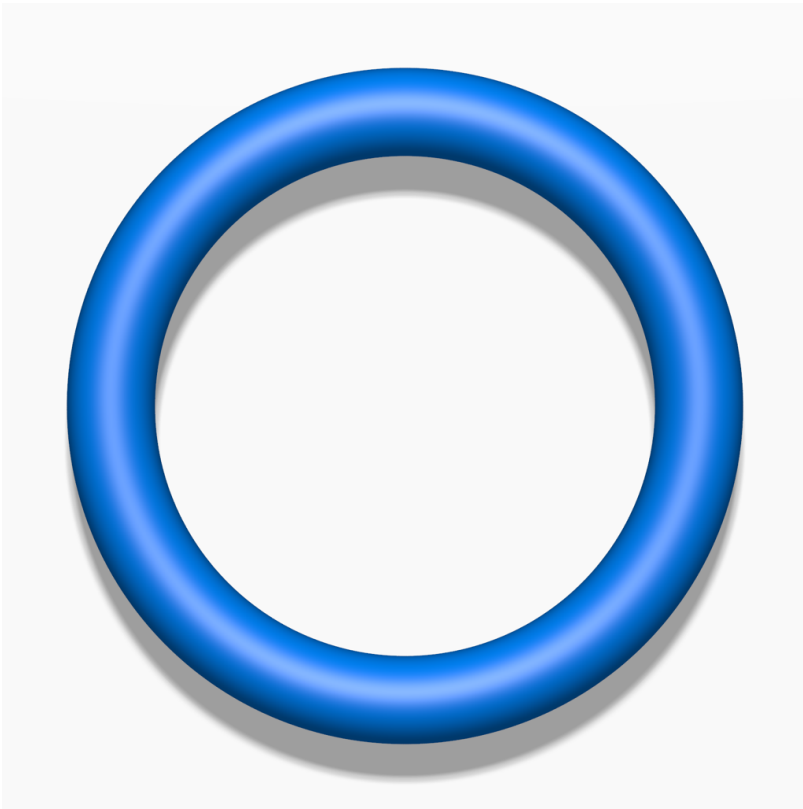


Nussos equivalents: els moviments de Reidemester

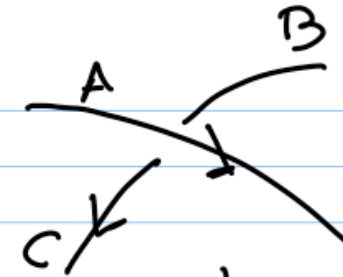
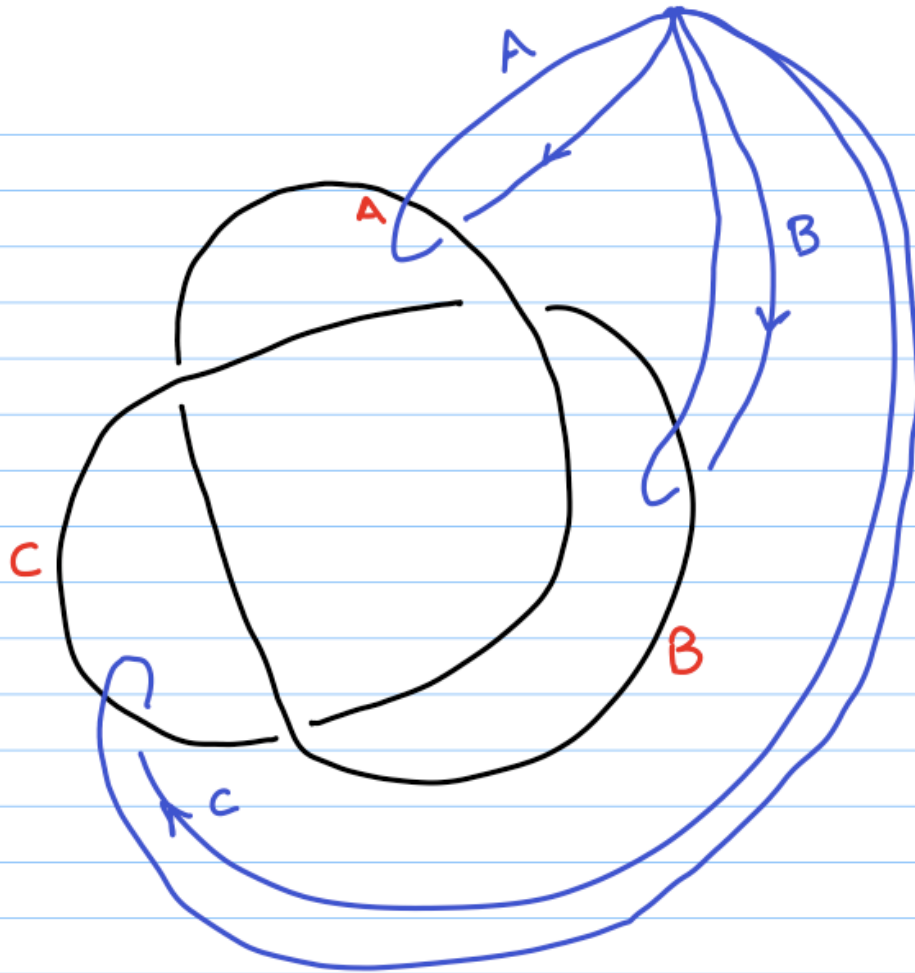


Dos nussos són equivalents si podem passar d'un a l'altre (en les seves representacions planes) amb una seqüència d'aquests moviments.

Els dos primers més senzills



Com és l'espai que envolta un nus?

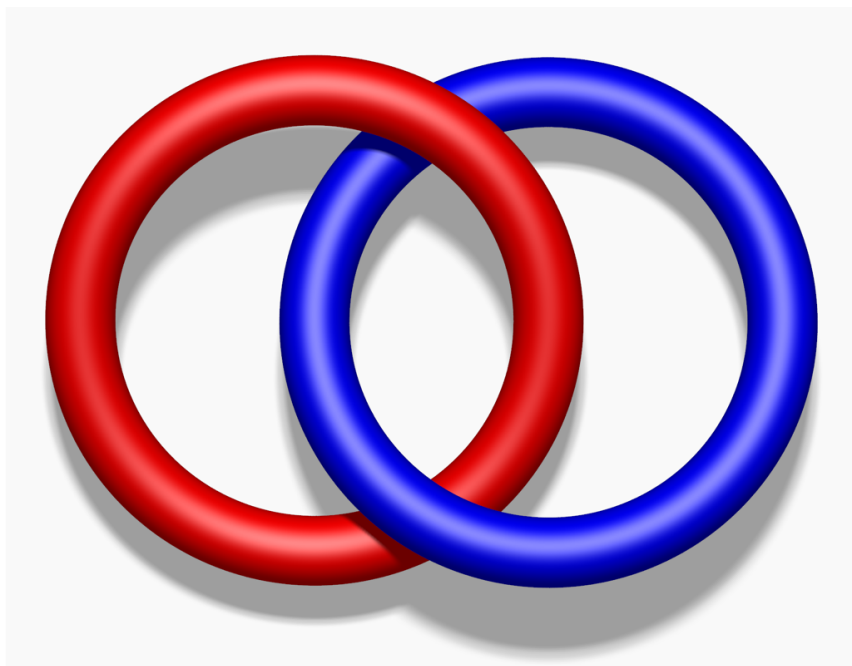


$$ABA^{-1} = C$$

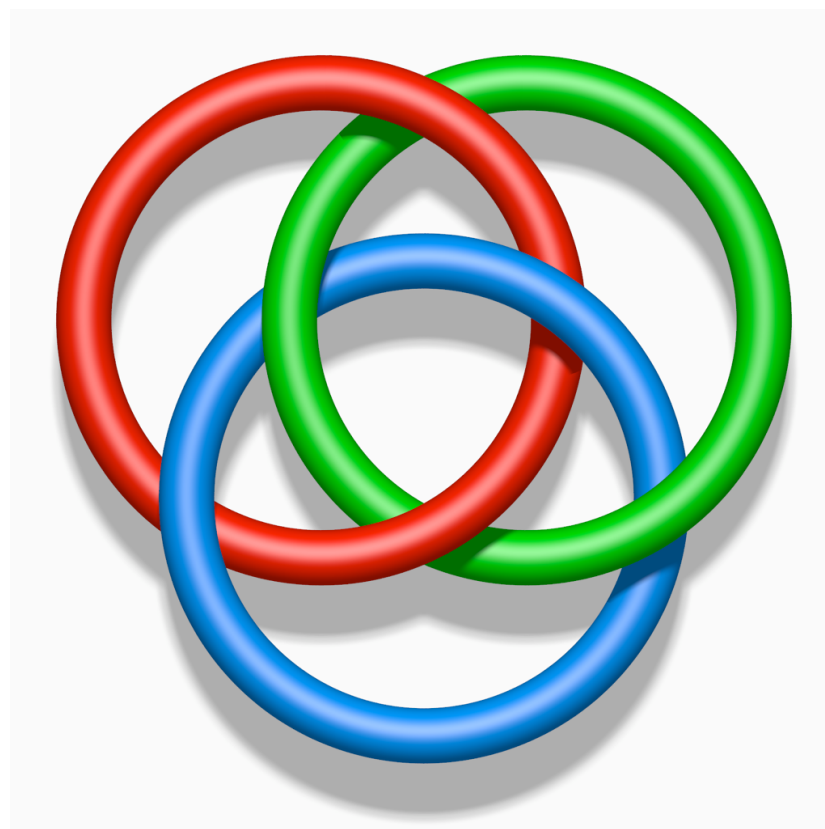
$$BCB^{-1} = A$$

$$CAC^{-1} = B$$

Enllaç de Hopf



Anells de Borromeo



Segle VII



Segle XV





[Main page](#)
[Contents](#)
[Featured content](#)
[Current events](#)
[Random article](#)
[Donate to Wikipedia](#)
[Wikimedia Shop](#)

▼ [Interaction](#)
[Help](#)
[About Wikipedia](#)
[Community portal](#)
[Recent changes](#)
[Contact page](#)

► [Tools](#)
► [Print/export](#)

[Create account](#)  [Log in](#)

[Article](#) [Talk](#)

[Read](#) [Edit](#) [View history](#)



House of Borromeo

From Wikipedia, the free encyclopedia

The [aristocratic Borromeo](#) family, said to date from before the twelfth century, were counts of [Arona](#) from the mid-fifteenth century^[1] and played important roles in the politics of the [Duchy of Milan](#) and in the [Catholic Reformation](#). The best-known members of the family were the [cardinals](#) and [Archbishops](#) of Milan [Carlo](#) (1538–1584), who was [canonized](#) by Pope [Paul V](#) in 1610, and [Federico](#) (1564–1631), who founded the [Ambrosian Library](#). The figure of the [Borromean rings](#), which forms part of the family's [coat of arms](#), is well known in the diverse fields of [topology](#), [psychoanalysis](#) and [theology](#).

Contents [\[hide\]](#)

[1 Brief history](#)

Borromeo

Family name



The Latin word "**humilitas**" in gothic writing, from the tomb of cardinal [Federico Borromeo](#).



**MOLTES GRÀCIES PER LA
VOSTRA ATENCIÓ!**

