

Lluís Antoni Santaló i Sors: un matemàtic gironí a l'Argentina

AGUSTÍ REVENTÓS TARRIDA

La vida es un destello entre dos eternidades.

L. A. Santaló

El 9 d'octubre de 1911 naixia a Girona Lluís Antoni Santaló i Sors que es pot considerar com el matemàtic més important de tots els temps nascut a les comarques gironines. Va esdevenir un referent internacional en l'àmbit de la recerca dins el camp de la geometria integral i, alhora, un gran pedagog i divulgador científic, amb més de 250 publicacions, entre elles llibres de text de gran influència a la nostra comunitat matemàtica. Exiliat a l'Argentina, on va morir el 22 de novembre de 2001, amb noranta anys, va acompanyar la seva vàlua científica amb una personalitat d'una gran talla humana que va marcar moltes de les persones que vam tenir el privilegi de conèixer-lo. Voldríem que aquestes línies servissin com un petit homenatge a la seva figura.

Lluís Santaló va néixer a Girona¹, el 9 d'octubre de 1911, concretament en el número 15 -actualment, número 14- de la plaça de Sant Pere. És el quart fill de Silvestre Santaló Pavordell i Consol Sors Llach. Per ordre d'edat, els tres germans més grans són la Neus, en Marcel i en Joan, i els tres menors, la Dolors, en Xavier i la Maria. No fa gaire, la seva germana petita Maria m'explicava que ja de petit, i òbviament en to de broma, passaven la mà pel cap d'en Lluís per tal que els inspirés la seva ciència, ja que era reconeguda la seva capacitat per als estudis.

Lluís Santaló comença a estudiar al Grup Escolar de Girona, on el seu pare era mestre. Després va passar a l'Institut a estudiar el batxillerat, del qual va guardar sempre un profund record. Xavier Duran [2] comenta una conversa amb Santaló en què aquest recordava les pràctiques de meteorologia que realitzaven en el mateix Institut amb el professor de física, el senyor Camps, i en la qual també recorda gratament el seu primer professor de matemàtiques, Lorenzo González Calzada. A l'Institut coincideix, entre altres, amb els futurs grans historiadors Jaume Vicens Vives i Santiago Sobrequés Vidal.

¹ Aquest article està basat en les biografies de Santaló publicades per mi mateix en castellà a [17], en català a [16] i en anglès a [18]. Tant a [16] com a [17] podeu trobar la relació exhaustiva de tots els treballs de Santaló. Els més importants estan recollits en el llibre *Santaló Selected Works*, editat per l'editorial Springer Verlag el 2009 [13].



Placa que recorda la casa on va néixer L. A. Santaló, a la plaça de Sant Pere, núm. 14, de Girona.

Als setze anys marxa a estudiar a Madrid. Sembla que el seu pare va influir en aquesta decisió; com que pensa que per doctorar-se o fer oposicions hauria d'anar a Madrid, el millor era que ja conegués l'entorn. S'allotja a la famosa Residencia de Estudiantes, al carrer del Pinar, en la qual ja havien estat anteriorment el seu oncle Miquel i el seu germà Marcel, que va fer la carrera de matemàtiques. La idea de Lluís Santaló era estudiar enginyeria de camins, però aviat decideix estudiar també matemàtiques. A la facultat té professors que influiran decisivament en ell, principalment Julio Rey Pastor i Esteve Terradas, dos grans matemàtics i intel·lectuals. Ambdós han estat professors a l'Argentina i això influirà decisivament en la vida de Santaló.

Compaginant els estudis amb el servei militar, obté la llicenciatura el 1934. Rey Pastor i Terradas li aconsellen que vagi a Hamburg, i s'hi desplaça aquell mateix any amb una beca de la Junta para la Ampliación de Estudios. Per a això ha de renunciar al treball que acabava d'aconseguir com a professor d'institut. Allí el rebrà un conegut de Rey Pastor, el geomètra Wilhelm Blaschke.

M'impresiona pensar en aquell reduït grup d'estudiants de Blaschke, no més de deu, però entre ells, Santaló i Chern! En aquells moments, Blaschke comença a estudiar les *probabilitats geomètriques* encetant allò que ell mateix anomenaria *geometria integral*. Recull els resultats en una sèrie d'articles numerats amb el títol comú d'*Integral Geometrie*. L'article número quatre és de Santaló. El 1936 publica la seva tesi doctoral sobre aquest tema, apadrinada per Pedro Pineda. Estant de vacances a Madrid, comença la Guerra Civil espanyola. Com en tants altres casos,

unes perspectives llargament desitjades quedaven trencades per sempre.

Santaló retorna a Girona i d'allí és destinat a l'aviació, en l'exèrcit republicà, concretament a Los Alcázares, prop de Cartagena. De les notes que pren naixerà el seu primer llibre [8] i un interès per l'aviació que es concreta a [5], [6] i [7].

Ja amb el grau de capità, passa un altre període de la guerra a l'Escola d'Aviació Militar de Barcelona, dirigida per Josep Canudas. D'allí la seva unitat es retiraria, travessant Girona i Navata, cap a l'exili. Segons explica Xavier Duran en el seu llibre [2], citant el mateix Canudas, els Serveis d'Aeronàutica es varen crear amb un decret que, per una d'aquestes casualitats curioses de la vida, va signar el 1933 l'oncle de Santaló, Miquel Santaló, que era conseller en cap de la Generalitat. En començar, aquests serveis no tenien cap avió i posteriorment es va comprar una avioneta i es va encarregar a l'esmentat Josep Canudas la direcció de l'Escola d'Aviació. Miquel Santaló va ser cofundador d'Esquerra Republicana de Catalunya, alcalde de Girona, conseller de la Generalitat, ministre, diputat, vicepresident de les Corts, i no va tenir més remei que exiliar-se. Va morir a Mèxic. Per tant, no cal estranyar-se que actualment hi hagi a Girona el carrer Miquel Santaló i el carrer Lluís Santaló.

Un cop a França, Santaló és reclòs al camp de concentració d'Argelers. Segons Xavier Duran [2] Santaló no recorda com va escapar d'aquest camp. Des de Cotlliure escriu a Rey Pastor i a Blaschke per demanar-los ajuda. Sap per la seva família que no pot tornar a Girona.

Però malgrat l'acolliment que li ofereix Blaschke, atesa la situació política d'Alemanya, no sembla el més raonable tornar a Hamburg. Però el mateix Blaschke escriu a Élie Cartan, que invita immediatament Santaló a donar unes conferències a l'Institut Henri Poincaré de París. Un cop a París és detingut i és el mateix Cartan qui va a la presó per reclamar la llibertat del seu professor convidat. Les conferències tenen lloc el dies 25, 28 i 30 de març de 1939, al número 11 del carrer Pierre Curie. El tema és, òbviament, la geometria integral i les probabilitats geomètriques.

Amb tot això, també Rey Pastor ha contestat la seva carta i li ha enviat diners per al passatge a l'Argentina. Però uns problemes amb el visat li impedeixen marxar. Segons Duran [2], va ser Terradas qui va intercedir davant un bisbe per tal que s'expedís el visat. Finalment s'embarca a Bordeus rumb a l'Argentina.

El 12 d'octubre de 1939, Santaló arriba a Buenos Aires. Allà el rep, en representació de Rey Pastor, Manuel Balanzat, posteriorment coautor d'alguns dels seus llibres i bon amic de Santaló.

Rey Pastor s'ocupa de tot i li obté una plaça a la Universidad del Litoral, a la ciutat de Rosario, província de Santa Fe. En aquell moment es crea l'Instituto de Matemáticas de la Universidad del Litoral, dirigit per Beppo Levi i amb Santaló com a sotsdirector. S'integra ràpidament als cercles d'exiliats i emigrants, i arriba a ser secretari del Centre Català de Rosario. Més tard recordaria ([4]): «Puedo decir que soy rosarino, si bien estuve más tiempo en Buenos Aires. Los primeros diez años, los que impactan por las novedades y por todo lo que se extraña, los pasé en Rosario.» El 1945 es casa amb Hilda Rossi, persona que li donarà suport tota la vida, i es nacionalitza posteriorment argentí. El 1947 neix la seva primera filla,

Maria Inés (Tessi).

Em ve a la memòria una de les meves primeres converses amb Santaló -l'any 1985, quan ell feia un curs a la Universitat de Barcelona- en què li vaig preguntar sobre la possibilitat de tornar a Catalunya. Em va respondre que la seva vida estava a l'Argentina, els fills, els néts..., però s'endevinava un sentiment d'enyorança en les seves paraules. Llavors em va demanar quin text de geometria projectiva recomanaria jo als meus estudiants. Li vaig respondre: "el Santaló", i suposo que va pensar que volia quedar bé amb ell. Però era la pura veritat i, després de molts anys, encara continuo pensant el mateix.

Els anys 1948 i 1949 els passa, amb Hilda i Tessi, a Princeton (EUA), amb una beca de la Fundació Guggenheim. També imparteix un curs a Chicago, invitat per M. H. Stone, que prèviament havia estat amb Santaló a l'Argentina. Com va constatar Claudi Alsina molts anys després, Santaló va deixar al seu pas per Chicago un record inesborrable. A l'Institute for Advanced Studies de Princeton coincideix amb Einstein.



L. A. Santaló, l'any 1945, donant una conferència a la Facultat d'Enginyeria de Montevideo (Uruguai).

De tornada a Argentina, el 1949, s'incorpora a la Universidad de La Plata, capital de la província de Buenos Aires. Neix la seva segona filla, Alicia. Dirigeix la seva primera tesi (*Propiedades infinitesimales de curvas y superficies en espacios de curvatura constante*, de Leticia Varela), participa a la Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA), fa classes a la Escuela Superior Técnica del Ejército,

investiga, viatja ... i manté sempre un ritme de treball intens, per no dir frenètic. Neix la seva tercera i última filla, Claudia.

El fet de ser membre de la CNEA li permet viatjar a París i de passada, apropar-se, per primer cop des del seu exili, a Girona. Devia ser cap a 1955, ja que va pertànyer a la CNEA durant el període 1952-1957. Lamentablement ja no va poder tornar a veure la seva mare, que havia mort el 1947.

A partir de la dècada dels cinquanta comencen els primers reconeixements públics a la seva trajectòria: Primer Premio Nacional de Cultura (1954); Premio de la Sociedad Científica Argentina (1959); ingrés a l'Academia Nacional de Ciencias Exactas y Naturales (1960), etc.

El 1957 és nomenat professor titular de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires. El 1961 passa a ser professor titular plenari a la mateixa Facultat, càrrec que ocuparà fins a la seva jubilació el 1976, en complir 65 anys, quan passarà a ser professor emèrit.



L. A. Santaló (1967).

Els professors Norberto Fava y Carlos Segovia a [15] recorden: «Las clases se dictaban en el edificio de la calle Perú 222, ahora derruido. En la tercera planta de aquel edificio de galerías en torno a un patio central, subiendo todos los tramos de la ancha escalera de mármol, se encontraba la biblioteca de la Unión Matemática

Argentina (UMA) ocupando el espacio de un aula pequeña con una mesa y unas sillas que hacían de sala de lectura. Allí fue donde algunos conocimos a *Don Luis* personalmente: sus movimientos inquietos y el brillo de su mirada amable pero intensa transmitían claramente la sensación de un hombre que no tenía mucho tiempo para perder.»

La UMA dedica un volum de la seva *Revista* per celebrar aquests 65 anys (RU-MA, vol. 29, 1979). A la presentació s'hi llegir: «De Santaló podríamos decir que es apasionadamente moderado. Muchas veces en esas reuniones de los científicos, en las que los ánimos se encrespan y se llega hasta el encono, deja hablar, toma la palabra al final y su intervención lleva las aguas salidas de madre a su cauce natural.» I també: «Señalaremos como característica final su disponibilidad. En su despacho, en su casa está siempre trabajando y siempre dispuesto a atender cualquier pedido, desde una consulta sobre matemática o un consejo sobre política científica hasta el informe a un alumno sobre una equivalencia de asignaturas.»

A Buenos Aires es consolida la fama de Santaló com a gran docent. Dedicava molts esforços a reflexionar sobre l'ensenyament de la matemàtica. Uneix un coneixement profund del tema amb la capacitat d'explicar les coses de manera senzilla. Aconseguia fer fàcil allò que és difícil. Té una cura especial envers els alumnes. Intenta modificar la manera tradicional d'explicar. «Inventa» els tutors, per relacionar l'ensenyament de la matemàtica amb aspectes de la personalitat de l'alumne (desitjos, vocació, formació, etc).

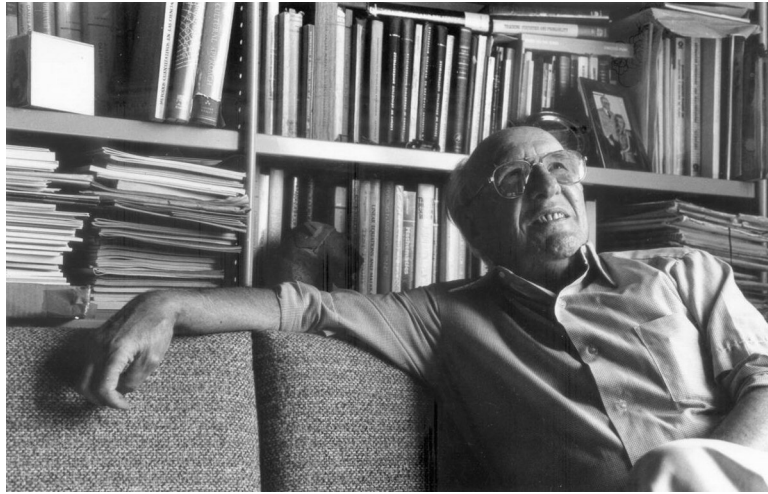
El seu interès per la renovació de l'ensenyament de la matemàtica el porta a ser primer vicepresident (1966-72) i després president (1972-1979) del Comité Interamericano de Educación Matemática.

La frase de la professora Nelly Vázquez de Tapia, estreta col·laboradora de Santaló, a [14], resumeix molt bé l'empremta que va deixar Santaló entre tots els que el van conèixer: «Por su hombría de bien, su trato afable y gentil y su generosidad, Santaló fue quizá el matemático más reconocido, respetado y querido de Argentina.»

Alguns pensaments de Santaló

He escollit diverses citacions de Santaló, escrites i orals, que donen una idea de la seva personalitat, més enllà de la seva faceta com a matemàtic.

- En la seva investidura com a doctor honoris causa per la Universitat Politècnica de Catalunya (1977): «És el primer cop que en un acte acadèmic puc expressar-me en la llengua en què el meu enteniment va aprendre a conèixer les coses, a anomenar-les, i el meu esperit a manifestar els seus sentiments i emocions, la llengua en què, de petit, la meua mare m'explicava contes i cantava al peu del bressol.»
- En la seva investidura com a doctor honoris causa per la Universitat Autònoma de Barcelona (1986): «A vegades es té por que amb el predomini necessari a l'educació de l'aspecte científicotecnològic, sobre la base del raonament matemàtic, l'home vagi perdent les seves facultats afectives i es torni d'un



L. A. Santaló, al despatx de casa seva.

temperament fred i rígid, refractari als sentiments afectius i a les passions. Res d'això. El fet de tenir el pensament preparat per al clar raonament lògic i matemàtic no vol dir que sigui en detriment dels sentiments. Es pot pensar i creure, i es pot raonar i estimar.»

- Xavier Duran a [2], cita les següents paraules de Santaló a propòsit de no desapropiar els estudiants amb talent: «Crec que és una de les principals obligacions del mestre. Quan es veu algú que és intel·ligent, que té capacitat, se l'ha d'ajudar per tal que pugui arribar al màxim de les seves possibilitats. El pitjor és que algú que podria fer molt no ho faci perquè no ha trobat el mestre adient o no l'han guiat. N'hi deu haver molts així. Però és la principal cosa que el magisteri, en qualsevol nivell d'ensenyament, hauria d'evitar.»
- A [12] parlant de matemàtica i art: «Molta matemàtica és art, en tant que creació, i fins i tot en tant que té bellesa, malgrat que aquesta bellesa només la puguin admirar els iniciats, com també passa amb les obres d'art i la literatura.»

Ja n'havia parlat uns anys abans en la seva investidura com a doctor honoris causa per la Universitat Politècnica de Catalunya: «La matemàtica és art, com és creació i se serveix de la fantasia; és ciència, perquè a través d'ella s'aconsegueix un coneixement millor de les coses, dels seus principis i causes; i és tècnica perquè proporciona mètodes i mitjans per resoldre problemes i actuar sobre la naturalesa i els seus fenòmens.»

- En la conferència que Santaló va pronunciar a Rosario l'any 1987 recordant la figura de Beppo Levi²: «Si las universidades cumplen con su deber, su

² Pel seu interès trobareu la transcripció d'aquesta conferència a l'Apèndix 2 d'aquest mateix article

fin es buscar la verdad en el campo de la ciencia, en el campo de las ciencias humanas, en las relaciones del hombre. Hay que discutir las ideas para buscar la libertad.»

- A [12], parlant de matemàtica i filosofia: «Si per ciència s'entén un conjunt sistematitzat de coneixements, que constitueixen una branca del saber humà, la matemàtica és la ciència per excel·lència.»
- A [9], sobre l'ensenyament: «S'ensenya pel bé, per la veritat i per conèixer i comprendre l'univers.»

I també a ([11]): «Hay que educar también en el trabajo y en el esfuerzo. El placer del descanso se disfruta plenamente tan sólo después del esfuerzo, y una tendencia al “facilismo”, sobre atrasar el rendimiento general, no contribuye en nada a una vida más feliz del interesado. Los alumnos disponen de una gran cantidad de energía, física e intelectual, que necesitan gastar continuamente. La escuela debe canalizar esta energía hacia caminos útiles y provechosos. Si la escuela es “fácil” el alumno verterá sus energías hacia ocupaciones extraescolares, no siempre recomendables.»

- En el seu discurs d'acceptació com a acadèmic titular de la Academia Nacional de Ciencias Exactas y Naturales ([4]): «Mi ingreso en esta prestigiosa Academia, dedicada a la Ciencias en su sentido estricto de Exactas, Físicas y Naturales, honor que agradezco profundamente, es en calidad de cultivador de una ciencia exacta, la llamada “exacta” por antonomasia: la matemática. Ciencia curiosa, hija de una extraña unión de la razón con la fantasía, mezcla de ciencia y arte. Vieja como el pensamiento pero nunca envejecida. Su continua renovación le hace conservar imperecedera fresca y juventud. Ciencia milagrosa, que sin tener los mojonos de las ciencias experimentales que le deslinden los caminos, ni disponer de experiencias cruciales con que refrendar cada progreso, ha avanzado siempre, durante siglos, por la buena senda del correcto razonar. Las alas que la fantasía le presta, aun dándole infinita libertad, no han servido nunca para apartarla de la buena ruta. Su marcha ha sido siempre un incesante progreso: los retrocesos temporales, si bien han existido, han sido siempre como los de los planetas, más aparentes que reales.»

Hem citat diverses vegades el llibre de Santaló [12], ja que és un llibre excel·lent i recomanem a tothom la seva lectura. Per exemple, Sebastià Xambó ha dit que «per a qualsevol matemàtic llegir-lo és una delícia.» Però també per a no matemàtics, com ara l'exrector de la Universitat de Girona, Josep M. Nadal, que em comentava que li agradava seure vora el mar amb aquest llibre de Santaló per meditar. Acabem amb les paraules que li va dedicar el professor José Javier Etayo, de la Universitat Complutense de Madrid, que trobo molt encertades: «Produeix alegria comprovar com uns valors cultivats en la senzillesa i l'absència d'aparatositat acaben sent descoberts pels altres i són posats de relleu amb tota justícia.»

Influència a Espanya

El primer que va seguir d'una manera més directa Santaló fou el professor E. Vidal Abascal, a Santiago de Compostela, a les dècades dels cinquanta i dels seixanta. En destaca el treball sobre la *fórmula de Steiner* en espais de curvatura constant.

De fet, segons comenta A. M. Naveira, la relació entre Santaló i Vidal prové dels anys trenta, quan aquest coincideix a Madrid amb un germà de Santaló, probablement Marcel, que els va presentar. El 1967, Santaló assisteix al II Coloquio Internacional de Geometría Diferencial de Santiago de Compostela, on dóna la definició de *curvatures totals absolutes*, que tanta importància varen tenir posteriorment en l'àmbit de l'estereologia. El 1978 assisteix, també a Santiago, a l'homenatge a E. Vidal amb motiu de la seva jubilació, i imparteix la conferència inaugural del IV International Colloquium on Differential Geometry. Tornant a la dècada dels cinquanta, trobem l'aportació del professor J. Sancho de San Román, que treballa en temes de geometria integral abans de dedicar-se a l'àlgebra, així com la de E. G. Rodeja.

Per fer-nos-en una idea, destaquem la *fórmula de Vidal*, que generalitza la de Steiner:

$$L_\rho = 2\pi \frac{\sin(\rho\sqrt{k})}{\sqrt{k}} - F\sqrt{k} \sin(\rho\sqrt{k}) + L \cos(\rho\sqrt{k}),$$

on L i F són, respectivament, la longitud i l'àrea d'una corba sobre una superfície de curvatura constant k , i L_ρ és la longitud d'una altra corba a distància ρ de l'anterior.

També el professor A. M. Naveira, en la seva etapa a València, continua investigant els problemes de geometria integral de Santaló i obté resultats importants. Amb A. Tarrío, professora de la Universitat de La Corunya, estudien les densitats de subespais lineals de l'espai complex C^n i obtenen fórmules que generalitzen les de Blaschke en el cas de subespais holomorfs.

Darrere seu, tenim els treballs de S. Segura Gomis i M. A. Hernández Cifre sobre *conjunts complets de desigualtats*, en els quals tanquen conjectures anteriors de Santaló.

El problema que planteja Santaló, i que anomenarem *sistemes complets de desigualtats*, consisteix a saber si presos tres nombres reals V, F i M que compleixen certes desigualtats naturals, existeix un cos convex que els té com a volum, àrea i curvatura mitjana total, respectivament. Tot i les contribucions que hem esmentat anteriorment, el problema general segueix obert. Santaló ja havia estudiat aquesta mena de problemes en el pla.

Encara a València, destaquem l'aportació de Vicente Miquel, el qual, juntament amb A. Borisenko, estudia la curvatura total d'hipersuperfícies convexes a l'espai hiperbòlic.

La relació amb els geomètres de Barcelona prové de la conferència que imparteix en el First International Symposium on Statistics, el novembre de 1983. En aquesta primera trobada personal amb Santaló em planteja, escrivint sobre un tovalló de paper, la conjectura sobre els convexos hiperbòlics. El fet que Santaló assistís a aquest simposi a Barcelona, organitzat per E. Bonet, M. Martí i A. Prat,

prové probablement de la bona relació que tenia amb la Universitat Politècnica de Catalunya, on treballava Pere Pi i Calleja, matemàtic molt relacionat amb Rey Pastor, i de la iniciativa demostrada pels matemàtics E. Bonet i E. Trillas, també bons amics de Santaló. De fet, C. Alsina, E. Bonet i E. Trillas, juntament amb Miguel de Guzmán, varen mantenir des dels anys setanta un contacte permanent amb Santaló. El 1977 Santaló ja havia estat a Barcelona presidint el comitè científic, i també com a conferenciant, del Congrés Internacional de Matemàtiques al Servei de l'Home.

L'octubre de 1984 es va inaugurar el Centre de Recerca Matemàtica (CRM) amb un curs de Santaló sobre geometria integral en el pla afí, realitzat a la Universitat de Barcelona, del qual distribueix unes notes. Mentrestant, Eduard Gallego i l'autor d'aquest article tanquen la *conjectura de Santaló i Yáñez* sobre convexos hiperbòlics. Darrerament Gil Solanes ha obtingut també resultats interessants. Destaquem, per exemple, que, en contrast amb la situació euclidiana, Gallego i Solanes demostren que el comportament asimptòtic del quocient *diàmetre/longitud* per a convexos que tendeixen a omplir el pla hiperbòlic pren qualsevol valor de l'interval $[0, 1/2]$ (en el cas euclidià està afitat inferiorment per $1/\pi$). Aquesta línia és continuada per Judit Abardia a la seva tesi doctoral (dirigida per Gallego i Solanes) que porta per títol *Geometria integral en espais de curvatura holomorfa constant*.

El novembre de 1991 Santaló imparteix un curs a Girona invitat per la Càtedra Ferrater Mora de Pensament Contemporani, de la Universitat de Girona, dirigida per J.M. Terricabras. Entre d'altres, hi assistim F. Affentranger, L. M. Cruz-Orive, A. M. Naveira, E. Gallego, C. Alsina, E. Trillas, Ortiz i X. Gual. A partir d'aquell primer encontre naixeria una fructífera relació científica entre X. Gual i L. M. Cruz-Orive.

Fernando Affentranger és un alumne de Santaló d'origen hispano-alemany, que passa un temps a Barcelona, i publica fins i tot a la revista *Publicacions Matemàtiques* UAB del Departament de Matemàtiques de la Universitat Autònoma de Barcelona, encara que la seva carrera transcorre a Alemanya. A títol d'anècdota vull explicar que el primer article que Santaló va donar a Fernando fou el nostre [3]. Això va fer que aquest, en el seu primer viatge a Barcelona i estant a casa dels seus familiars, els preguntés com podia connectar amb matemàtics de Barcelona. Li varen dir que això era molt fàcil, ja que donava la casualitat que un cosí seu –que vivia a la casa del costat, compartint el jardí– era matemàtic i li ho podria dir. Aquest cosí era jo. Em varen venir a buscar i quina va ser la sorpresa de Fernando quan ens varen presentar!

En la línia més aplicada de l'estereologia destaquen el professor L. M. Cruz-Orive i la seva escola de Berna. A Santander, i amb l'alumne d'A. M. Naveira, Ximo Gual Arnau, continua treballant intensament en aplicacions de la geometria integral. Per explicar una mica què és l'estereologia recorrem al mateix Santaló. Així, a [10] (pàg. 282), en relació amb l'estereologia, comenta el següent: «Considerem partícules convexes distribuïdes a E^3 . La determinació de la mesura de distribució d'aquestes partícules a partir de la mesura de distribució de les seves seccions amb figures aleatòries de forma coneguda (p.ex., un cos convex, un cilindre, un pla, una banda, o una línia) és un dels problemes bàsics de l'anome-

nada estereologia, que és un camp intermedi que relaciona disciplines tan dispars com biologia, mineralogia, metal·lúrgia i geometria. H. Elias ha proposat la definició següent: “L’estereologia tracta amb un conjunt de mètodes per a l’exploració de l’espai tridimensional quan només és possible conèixer seccions bidimensionals a través de cossos sòlids o de les seves projeccions. Els principals mètodes de la estereologia estan fortament relacionats amb la geometria integral”».

Per acabar aquesta secció de relació amb matemàtics espanyols, recordem també el seu curs sobre geometria integral a la Universitat Complutense de Madrid, el febrer de 1982.

Geometria integral

Unes poques paraules per descriure el camp de la matemàtica que va captivar Santaló.

La geometria integral prové de les probabilitats geomètriques i té les arrels en el famós *problema de l’agulla de Buffon*, que apareix en *Essai d’arithmétique morale* (1777), i en les *fórmules de Crofton*, aproximadament del 1868, que trobem a *On the theory of local probability*. Simplificant una mica, el problema apareix quan, en intentar escriure el quocient entre «casos favorables» i «casos possibles», ens trobem que hi ha infinites possibilitats, per exemple, infinites posicions de l’agulla de Buffon sobre el pla. Aquestes posicions es poden parametritzar i identificar de nou com a punts del pla de manera que tenim tantes posicions com punts, i, què hi ha de més natural que usar l'àrea per mesurar, o «comptar», el nombre de punts? Tal com diu Santaló a [10]: «Per aplicar la idea de probabilitat a elements donats a l’atzar que són objectes geomètrics (com ara punts, línies, geodèsiques, conjunts congruents, moviments o afinitats), és necessari primerament definir una mesura per a aquests conjunts d’elements». Sembla que Santaló tingui al cap les paradoxes de Bertrand (*Quina és la probabilitat que una corda dibuixada a l’atzar sobre el cercle de radi 1 sigui més gran que $\sqrt{3}$?*), les quals provenen d'utilitzar, de manera una mica amagada, diferents maneres de «mesurar», i.e. diferents maneres d’interpretar la paraula «atzar». Poincaré fou el primer a aclarir explícitament aquest punt (H. Poincaré, *Calcul des probabilités*, Gauthier-Villars, 1912).

El jove geòmetra Santaló se sent atret per l’interès geomètric en si mateix de les preguntes que plantegen les probabilitats geomètriques, i aborda els problemes oblidant o prescindint de si darrere hi ha o no un concepte de probabilitat. La discussió sobre quina mesura cal elegir està relacionada amb el grup que determina la geometria del problema en el sentit del *programa d’Erlangen* de Klein. Per això, als treballs de Santaló hi ha tants *grups de Lie*. Diu Santaló que la base de la geometria integral està formada per quatre paraules: probabilitats, mesura, grups i geometria. De fet, alguns dels resultats més importants de Santaló provenen de mesurar directament en el grup. Parlant de manera poc precisa, seria com identificar totes les posicions d’una figura al pla amb els moviments que porten una figura inicial fixada a cadascuna de les seves posicions. Les fórmules que apareixen llavors s’anomenen *fórmules cinemàtiques*, per recollir aquesta idea de moviment, encara que el grup no sigui específicament el grup de moviments. Santaló, encara

a Hamburg, va obtenir en dimensió dos uns primers resultats que donarien lloc a l'anomenada *fórmula cinemàtica*. A \mathbb{R}^n la fórmula cinemàtica es deu a S. S. Chern [1].

Per recordar la *fórmula cinemàtica fonamental de Santaló* per a espais no euclidians donarem l'expressió en dimensions 2 i 3 ja que la fórmula general és lleugerament diferent segons si la dimensió és parell o senar [10]. Observieu la bellesa de les fórmules següents, per a $n = 2$

$$\int_{D_0 \cap D_1 \neq \emptyset} \chi(D_0 \cap D_1) dK_1 = -(\epsilon K) F_0 F_1 + 2\pi(F_1 \chi_0 + F_0 \chi_1) + L_0 L_1,$$

i per a $n = 3$

$$\int_{D_0 \cap D_1 \neq \emptyset} \chi(D_0 \cap D_1) dK_1 = 8\pi^2(V_1 \chi_0 + V_0 \chi_1) + 2\pi(F_0 M_1 + F_1 M_0),$$

on D_0 i D_1 són dominis amb frontera regular a l'espai no euclidià de curvatura ϵK , $\epsilon = 0, \pm 1$; L, F, V i M denoten longitud, àrea, volum i integral de la curvatura mitjana, respectivament; i χ és la característica d'Euler. Sorprenentment el cas $n = 3$ és l'únic on la fórmula cinemàtica no depèn de la curvatura de l'espai.

M'agradaria remarcar també la *fórmula de Santaló sobre la mesura de rectes hiperbòliques*. Santaló demostra que

$$dG = \cosh p \, dp \, d\theta,$$

on p és la distància de la geodèsica, o recta hiperbòlica, a un origen prefixat, i θ és l'angle que aquesta distància forma amb una direcció prefixada. La notació dG prové del diferencial de geodèsiques. És el que hem d'integrar per obtenir la mesura de geodèsiques. S'ha de demostrar que aquesta mesura és invariant per a isometries hiperbòliques. Si ho pensem en el model de Poincaré apareixen càlculs bastant complicats. Santaló, però, no treballa en el model i la seva astúcia li permet demostrar-ho sense gaires càlculs. Un dia va dir-me: «Deslliuri'm del matemàtic que no calcula». I és que per tenir habilitat per esquivar càlculs, cal primer haver calculat molt. A partir d'aquí demostra que en el cas hiperbòlic tenim la fórmula següent (formalment igual al cas euclidià):

$$\int_{G \cdot C \neq \emptyset} \sigma dG = \pi F,$$

on σ és la longitud d'una corda arbitrària d'un cos convex C d'àrea F , i la integral està estesa a les geodèsiques que tallen el convex.

Santaló va dirigir dotze tesis doctorals a la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universitat de Buenos Aires: L. Varela (1952), A. Ayub (1955), R. Luccioni (1963), C. Conton (1973), R. Noriega (1976), G. Keilhauer (1980), G. Birman (1980), F. Gutiérrez (1985), V. Molter (1985), L. Gysin (1987), F. Affentranger (1988) i A. Berenice (1988), totes a l'àrea de la geometria, i especialment de la geometria integral.



L. A. Santaló i la seva família, l'any 1996, el dia que el govern d'Espanya li va atorgar l'Encomienda de Alfonso X el Sabio.

Apèndix 1

Reconeixements més importants a Espanya³

1. Acadèmic de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales de Madrid (1955).
2. Acadèmic de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona (1970).
3. Membre del comitè científic de la revista *Stochastica* de la Universitat Politècnica de Catalunya.
4. Doctor honoris causa per la Universitat Politècnica de Catalunya (14 de juliol de 1977). Presentat per Enric Trillas.
5. Membre de l'Institut d'Estudis Catalans (21 de desembre de 1977).
6. Premi Príncep de Astúries d'Investigació Científica (1983).
7. Medalla Narcís Monturiol a la Ciència i a la Tecnologia de la Generalitat de Catalunya (1984).
8. Doctor honoris causa per la Universitat Autònoma de Barcelona (13 de juny de 1986). Presentat per Joan Girbau. L'acte va tenir lloc a l'Ajuntament de Girona.
9. Doctor honoris causa per la Universitat de Sevilla (1990). Presentat per José Luis Vicente i promogut per Gonzalo Sánchez Vázquez, president de la Federación de Sociedades de Profesores de Matemáticas de España, amic personal de Santaló.

³ Aquest apartat hauria de començar amb aquelles paraules de «mai és tard quan finalment arriba».

10. Condecorat amb la Medalla de la Universitat de València (23 de setembre de 1993). Recollida per la seva filla Tessi.
11. Creu de Sant Jordi de la Generalitat de Catalunya (1994).
12. Encomienda de Alfonso X El Sabio concedida pel rei d'Espanya Juan Carlos I i entregada per l'ambaixador d'Espanya a l'Argentina. Aquesta medalla fou una proposta d'Enric Trillas (1996).
13. Soci d'Honor de la Real Sociedad Matemática Española (22 de gener de 1999).
14. La Universitat de Girona crea, el 27 de juliol de 2000, la Càtedra Lluís A. Santaló d'Aplicacions de la Matemàtica, dirigida per Carles Barceló. L'anunci de la creació de la càtedra el fa el rector de la Universitat, Josep M. Nadal, davant d'una de les filles de Santaló, Alicia, a la Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura de la *Universidad Nacional de Rosario* (Argentina), amb motiu de la sessió commemorativa del 60è aniversari de la creació de l'Instituto de Matemática Beppo Levi.
15. Soci d'honor de la Societat Catalana de Matemàtiques (19 de desembre de 2000).

Apèndix 2

Conferència pronunciada per L. A. Santaló en honor de Beppo Levi⁴

... Como queda dicho, la obra fundamental de Beppo Levi fue hecha en sus años jóvenes y después siguió en la Universidad de Parma. Publicó un libro, ya texto, de análisis algebraico que realmente fue un precursor de lo que fue después el álgebra moderna, porque allí introduce ya la geometría sobre un cuerpo determinado, por encima de los números reales o complejos. Un libro muy importante, y después [escribió] otro. Fue extendiendo su cultura. Empezó siendo profesor de geometría proyectiva en Cagliari; siguió después en Parma, como profesor de análisis superior y en Bolonia, como profesor de geometría superior y de análisis superior.

Tenía un campo de conocimientos en extensión considerable. No fue un matemático polarizado en un único tema. Él lo decía: «Yo no creo que sea una virtud, puede que sea un defecto, pero yo tengo interés en muchas cosas». Y no sólo en el análisis y la geometría, sino que él, tal como señalaba Castagnino, trabajó en los fundamentos. Era un gran admirador de Peano y quería aclarar las paradojas que surgían al principio en el desarrollo de la teoría de conjuntos. Pero también le gustaba la matemática aplicada. Me acuerdo que en aquella época, en el Instituto de Matemáticas, teníamos una máquina de calcular eléctrica —no electrónica, eléctrica— con la que Beppo Levi hacía multiplicaciones y cálculos aproximados. No sé si todavía se conserva, pero si así fuese habría que guardarla para algún museo. Si Beppo Levi hubiera visto las modernas computadoras se hubiera extasiado con ellas. Aunque los trabajos que le dieron más renombre son de la más pura

⁴ Transcripció no completa de la conferència pronunciada per Santaló a Rosario el 14 d'agost de 1987. L'hem inclosa ja que ajuda a fer-se una idea de com era, com pensava i, sobretot, quin era l'ambient que es va trobar Santaló en arribar exiliat a l'Argentina. Algunes parts de la conferència han estat adaptades per evitar reiteracions i donar més fluïdesa al text escrit. Es conserva la veu original de Santaló a la pàgina web de la Facultad de Ciencias Exactas Ingeniería y Agrimensura de la Universidad Nacional de Rosario. <http://www.fceia.unr.edu.ar/secyt/apuntes/Santaló/conferenciasantaloparte1.mp3>.

matemática, gozaba también calculando, y dejó también su huella en algunas publicaciones de matemática aplicada.

¿Cuál era el ambiente en Europa en la época de Beppo Levi? Hasta la guerra del 14 —por lo que cuentan, yo no la viví— me imagino que era un poco la «belle époque» —la bella época—, que se ha hecho famosa en el arte y en la diversión, en Francia y en el mundo. Era una época en la que no hubo guerras; en los países había más o menos una democracia estable; había respeto en los claustros académicos; no había discriminaciones raciales ni políticas: no sólo no las había sino que ni se concebía que pudiera haberlas. Había una [buena] convivencia general, no sólo dentro de cada nación sino dentro de las naciones de Europa. Becarios italianos se iban a estudiar con Hilbert a Alemania, mientras que becarios alemanes —como Blaschke, que fue después mi profesor— iban a estudiar a Italia o a París. O sea, había una hermandad científica, donde no había ninguna diferencia ni política ni nacional en el ámbito de la ciencia, ni mucho menos racial. Colaboraban estrechamente. Así Corrado Segre, en Italia, lo hacía con otros matemáticos no italianos; en Francia, Cartan con Hadamard; en Alemania, Hilbert con Minkowski; y más tarde, Einstein con Von Laue. Es decir, científicos de distintas razas y de distintos credos colaboraban en los mismos institutos. Había un respeto y una libertad envidiables.

Vino la guerra del 14. Entonces los quehaceres fueron otros. Esta comunicación internacional se rompió. Unos congresos internacionales que tenían lugar cada cuatro años se suspendieron porque los países aliados no asistían si asistían los alemanes, etc. Nacieron las rencillas.

Beppo Levi sufrió la guerra estando en Parma y me contaba que sufrió mucho, como toda la población cuando hay guerra, pero sobre todo —ya también lo señalaba Castagnino— él sintió enormemente la muerte de su hermano durante la retirada de Caporetto. Él tenía una verdadera admiración por su hermano. Su hermano Eugenio Levi, efectivamente, aunque 5, 6 o 7 años menor que Beppo, era un matemático muy prestigioso. Y Beppo Levi se sentía orgulloso de ello, ya que él había contribuido a su formación. Él se sentía reflejado, seguido, continuado, mejorado por su hermano. De manera que su fallecimiento prematuro lo afectó considerablemente. Cuando más tarde publicó aquí en Rosario un libro sobre ecuaciones diferenciales, escribió una emotiva dedicatoria a su hermano muerto en el campo de batalla en el año 17.

Terminó la guerra, y en Europa quedaron las rencillas entre los países aliados y los países alemanes, aunque dentro de cada país se mantenía más o menos la convivencia. Había pasado una catástrofe, había que reconstruir los países. Pero en el año 22 aparece en Italia, que era donde vivía Beppo Levi, el fenómeno de Mussolini. Fueran las circunstancias que fueran, el hecho es que aparece Mussolini, aparece el fascismo en Italia.

En un principio —me contaba Beppo Levi— era tan arraigada esta tradición de respeto a las universidades y, dentro de las universidades, el respeto de unos profesores con otros, de los docentes con otros, de los investigadores con otros, . . . que no pasó prácticamente nada durante unos años. Cada uno tenía su pensamiento, pero las universidades fueron relativamente poco tocadas.

Pero a medida que pasaban los años —como ocurre en todos los regímenes de dictadura— es en las universidades donde más resistencia encuentran las ideas dogmáticas de los dictadores. Si las universidades cumplen con su deber —su fin es buscar la verdad en el campo de la ciencia, en el campo de las ciencias humanas, en las relaciones del hombre—, hay que discutir las ideas para buscar la libertad. No caben dogmas, de manera que decir a los universitarios de aquella época que el Duce no se equivoca nunca, evidentemente chocaba. Entonces empezó la resistencia, empezó la intervención del fascismo en las universidades, empezó la expulsión de profesores, empezó el malestar.

Pero todavía durante los primeros años subsistía, a pesar del fascismo, este respeto, diría yo, por la cosa racial. En realidad en Italia, en España, en Grecia, en todos los países mediterráneos, en Francia. Había una cierta hermandad entre los pueblos, era un conjunto de pueblos, me parece a mí costeros con el Mediterráneo, de la misma tradición de siglos, que más o menos los hermanaba. Cada uno tenía sus particularidades, podía tener su religión. A veces la intemperancia religiosa era violenta, pero más o menos eran fruto de una misma tradición.

Pero el año 34 apareció al otro lado de los Alpes otro genio malévolo o maléfico: apareció Hitler. Y Hitler, con todos los defectos del fascismo que él había en principio copiado, se pasó después de alumno a maestro y agregó la persecución racial. Y Mussolini —que al principio despreciaba a Hitler porque decía: «Qué me van a decir a mí estos del otro lado de los Alpes si Italia tiene 2000 años de cultura y ellos todavía eran salvajes cuando Roma ya daba lecciones al mundo»— se fue sintiendo dominado por el mismo fascismo, por el nazismo del otro lado de los Alpes. Fue un ejemplo de como una propaganda indiscutiblemente inteligente, aunque maligna, puede influir, no sólo sobre los pueblos, sino aún sobre otros dirigentes.

Y así pasó que esta persecución racial que nació en Alemania fue adoptada por Mussolini y, como recordaba Castagnino, los profesores hebreos de las universidades italianas fueron expulsados primero y después, incluso, se les prohibió la entrada a la universidad, a las bibliotecas y a los laboratorios. Esto hizo que Beppo Levi —al igual que otros muchos emigrados italianos y también de otros países— sintiera la necesidad de emigrar, de irse. El ambiente se había tornado irrespirable.

¿Y dónde ir? El mundo señalaba América, como país de una misma cultura, herederos de una cultura europea. Todas estas propagandas que estaban haciendo estragos en toda Europa llegaban muy diluidas a América, porque no había los aviones de ahora, ni había tantas telecomunicaciones. Entonces se viajaba en barco y, aunque pueda parecer mentira, el hecho de tener que pasar 18 días de reflexión, hacía que las ideas se diluyeran por el camino, y aunque había temperamentos fascistas o nazis en nuestros países americanos, no tenían la virulencia que tenían en Europa. Entonces Beppo Levi pensó en emigrar y, aun con sus 64 años, tomó la decisión de irse.

¿Cuáles fueron las circunstancias que concurrieron? Se juntaron que en la Universidad del Litoral había un rector, Gollán, y en la Facultad de Ingeniería un decano, Cortés Pla, que quedaron imbuidos o alentados por las prédicas que estaba haciendo en Argentina desde hacía años el doctor Usai: «la universidad que no investiga no es universidad»; yo conozco si una universidad es buena o es mala viendo si su biblioteca está al día»; «los profesores que nada más repiten todos los años la misma cosa no hacen progresar el país». Toda esta prédica de Usai, que repetía y repetía, cuajó y fue interpretada exactamente por las autoridades muy de vanguardia de la Universidad del Litoral, y empezaron a sentir la necesidad de crear institutos. Se programó un Instituto de Estabilidad, que por varias circunstancias no pudo llevarse a cabo y un Instituto de Matemáticas, donde se trataba de buscar una figura de indiscutible prestigio para que estuviera por encima de las discusiones locales, es decir, que viniera a dirigir. Había que buscarlo en un país donde estuvieran dispuestos a emigrar, porque posiblemente, si no hubiera existido el fascismo, muchos profesores italianos —estaban bien ya en su casa— no hubieran emigrado. Nadie emigra por placer.

En aquellos tiempos pasó por Argentina de visita otro gran matemático italiano, Levi-Civita, que devino famoso y sigue siendo famoso por haber creado con Ricci el cálculo diferencial absoluto que fue utilizado posteriormente por Einstein en su teoría de la relatividad. Hablando Levi-Civita con Rey Pastor y con Cortés Pla en Buenos Aires,

les dijo: «Si ustedes buscan un matemático les recomiendo que contacten con Beppo Levi, porque ha dado pruebas de ser un hombre muy activo, no sólo como matemático, sino también como administrador de la Unión Matemática Italiana, como director de publicaciones y como académico». Este fue el motivo por el que la Universidad del Litoral, por recomendación de Levi-Civita, se dirigiese a Beppo Levi.

Beppo Levi aceptó. Según me contaba él mismo, teniendo ya en sus manos el contrato de la Universidad del Litoral, las autoridades —el consulado de Argentina en Bolonia y la embajada en Roma— no le daban el visado. Él insistía con la Universidad diciendo: «No tengo visa para venir», mientras la Universidad le contestaba: «Ya estamos haciendo gestiones». Y así pasaron meses hasta que, según me contaba Beppo Levi —esta frase me quedó grabada para siempre—, «al final me decidí y pensé como los romanos: *audaces fortuna iuvat* (la fortuna ayuda a los audaces)». Y tomó un visado perentorio —no sé si por tres semanas o por un mes— y él, su esposa y sus dos hijas se embarcaron rumbo a Argentina, con el riesgo de llegar aquí y encontrarse que la Universidad no podía darle trabajo nada más que por quince días o tres semanas, o de ninguna manera, porque no venía con una visa inmigratoria para poder trabajar en Argentina.

La familia de Beppo Levi se componía de su esposa —inteligente, agradable, sutil . . . todas las cualidades— y tres hijos, dos mujeres —con las cuales vino aquí— y un hijo varón biólogo que no quiso venir a Argentina, lo que Levi siempre lamentó aunque, en el fondo, se sentía orgulloso de ello. El motivo de su no venida fue, según decía, porque se debía a la «causa de Israel». Fue de los primeros en trasladarse como biólogo a la Universidad de Tel-Aviv. Trabajaba en el campo, en un *kibutz*, y al mismo tiempo en la Universidad. Y allí siguió. No sé si todavía está allí porque yo, desde que falleció Beppo Levi, no he tenido más noticias de su hijo. Levi me contaba a menudo que su hijo se había ido a Israel renunciando a [buenas] posiciones que le ofrecían en Italia donde al parecer había hecho ya trabajos que lo acreditaban como un excelente biólogo. Espero que todavía viva en Israel.

Una de las dos hijas con las que vino, Laura, había estudiado física en Italia. Al llegar aquí empezó a trabajar. Actualmente trabaja en la Comisión Nacional de Energía Atómica como investigadora del CONICET y ha adquirido un prestigio importante en su especialidad, que había aprendido en Italia. Aquí desarrolló cristalografía o algo parecido al análisis espectral de cristales. Es una física experimental reconocida. Y la hija menor, que cuando vino aquí debía tener apenas estudios de secundaria, estudió arquitectura en la Universidad del Litoral. Es arquitecta, se casó, y creo que vive en Buenos Aires. Hace años que no sé de ella ya que la inmensidad de Buenos Aires hace que no nos veamos incluso los conocidos. Sí sé que tenía hijos que son, por consiguiente, los nietos ya argentinos de Beppo Levi. Su otra hija se casó con un argentino, Henza [..], me parece, no sé, un sociólogo que falleció prematuramente bastante joven.

Decíamos que Beppo Levi se embarca, un poco a la aventura, sin un visa asegurado para poder trabajar. Llega a la Argentina unos ocho o diez días después de haber llegado yo. A Cortés Pla, que había contratado a Beppo Levi por intermedio de Rey Pastor, le pareció que yo podía ser útil al lado de Beppo Levi, y por eso también me contrató a mí. Así pues, en el fondo, fue Mussolini el culpable del encuentro de estos dos «derrotados» obligados a emigrar por el mundo: en el caso de Beppo Levi lo fue de forma directa, y en mi caso por la ayuda que Mussolini prestó a Franco en su triunfo.

Mi llegada a Rosario fue muy agradable por varias razones. Primero, por la amabilidad con que tantas personas —como Eduardo Gaspar, Enrique Ferrari . . .— nos recibieron a los dos, en particular a la gente joven como yo. Y también por la amistad con que nos trataron y lo bien que se portaron con nosotros para hacernos la vida agradable. En mi

caso me ayudaron a restaurar la salud (un poco quebrantada) y, sobre todo, a salir de la depresión moral de una derrota, agravada por el hecho de ver cómo el mundo, en cierto modo, se desinteresaba de problemas tan graves como los que habían ocurrido en España. Si bien ahora me lo explico, en aquella época nos sentíamos un poco abandonados de todo el mundo, tirados en un campo de concentración de Francia. Llegar a la Argentina, poder ir a comprar lo que uno quería (a unos precios irrisorios en aquella época, la Argentina del año 40), fue algo que sirvió mucho para levantar el espíritu, para ir restañando las heridas. Todo esto, añadido a que allí conocí a mi esposa, fue efectivamente para mí la salvación. Por esto estoy agradecido a Argentina y a Rosario.

¿Qué hace Beppo Levi cuando llega a Rosario? Tal como lo contaba Castagnino, tenía que poner en marcha el instituto. La gente de la Universidad de Rosario de aquella época tenía muy claro lo que suponía poner en marcha un instituto. Como repetía insistentemente Usai, «no se trata de buscar un local, colocar a lo sumo algunos instrumentos y esperar a que venga la gente». Tener un local sólo y poner un director, por sabio que sea, no sirve de nada. Hay que provisionarlo de instrumentos, si se trata de un instituto dedicado a una materia aplicada, y de libros o revistas si se trata de [un instituto de] matemáticas. Me contaban que en otra universidad lejana, que contrató también un profesor italiano —muy distinguido, filósofo— cuando llegó pidió libros para la biblioteca y el decano le dijo: «Pero cómo, ¿usted es una de las primeras personalidades mundiales y todavía tiene que estudiar?» No fue el caso de Rosario, en que la preparación era mucho mayor. Se comprendió que, aunque fuera una figura de primer orden, [Levi] necesitaba elementos de trabajo que, en matemáticas, son los libros y revistas. Y efectivamente, antes de la llegada de Beppo Levi, Carlos Dieulefait, Juan Olguín y Simón Rubenstein —ayudados en el consejo directivo por Fernando Gaspar y también por los jóvenes que antes mencionaba— se habían preocupado de obtener recursos de la Universidad para equipar la biblioteca, aportando incluso algún material particular propio. De manera que cuando Beppo Levi llegó a Rosario se encontró ya una excelente biblioteca con libros y revistas: se podía empezar a trabajar. Y así lo hizo Beppo Levi.



Membres de l'Institut de Matemàtiques de la Universitat de Rosario (1940). A l'extrem esquerre, L. A. Santaló, i a l'extrem dret (a la fila del davant), Beppo Levi.

A parte de sus cursos, algunos mimeografiados, Beppo Levi nos enseñó a todos los que estábamos con él, y a mí en particular, una cosa difícil de explicar. Nos enseñó lo que podríamos llamar «el oficio de matemático»: que para ser matemático no basta con ser un investigador, aunque sea una condición necesaria. El matemático profesional necesita algo más. Y este algo más es lo que él nos enseñó. Así, nos decía: «Ante todo, el Instituto tiene que ponerse en contacto con el mundo. ¿Y de qué manera los institutos del mundo se ponen en contacto? Intercambiando publicaciones. De manera que necesitamos una publicación del Instituto». Lo planteó a Cortés Pla, éste entendió el problema, el consejo directivo lo votó y se creó *Mathematicae Notae* y las publicaciones del Instituto. Ya con esta publicación Beppo Levi nos advertía que «la publicación, sola, no va a andar». Por eso tuvimos que encargarnos de escribir cartas a los institutos del mundo que se dedicaban a las matemáticas y con los que teníamos alguna relación, notificándoles que se había creado el Instituto, mandándoles un ejemplar de *Mathematicae Notae* y pidiéndoles intercambio. Algunos contestaron, otros no. A los que no contestaron se les volvió a insistir.

La elaboración del *Mathematicae Notae* tampoco era fácil. No bastaba decir «busco material, lo mando a la imprenta y que ande». No, lamentablemente —por lo menos en Argentina, y creo que en muchos países— «sólo, no anda nada». Si Beppo Levi se hubiera limitado a decir «tengo estos trabajos para publicar, los llevo a la imprenta de la Universidad del Litoral, y espero a que lleguen», éstos no habrían llegado nunca. No, Beppo Levi viajaba a Santa Fe, se reunía con el compositor y le enseñaba «el símbolo matemático no se pone tan lejos, hay que ponerlo un poco más cerca», «esto es un exponente y no una letra perdida por allí.» El linotipista agradeció a Beppo Levi el mucho tiempo que éste gastó enseñándole la manera como había que imprimir trabajos de matemáticas. Cuando, después de muchas pruebas, la revista llegaba al Instituto no íbamos al decano a pedirle un empleado para mandar las revistas. No, éramos nosotros —Beppo Levi, yo y algún colaborador— que hacíamos los sobres a máquina y que metíamos las revistas en los sobres. Aún recuerdo que el correo nos daba un cuaderno para certificados y allí mismo, en el Instituto, llenábamos los recibos de los certificados. Después sí: un empleado lo llevaba al correo, allí ponían el sello y nos devolvían el cuaderno. Es decir, lo hacíamos todo en el Instituto.

Aprendí muchas otras cosas estando al lado de un gran hombre, con una gran experiencia, como Beppo Levi, que llegó aquí ya con 64 años. Tenía toda la experiencia: había recorrido todos los grados de docencia, había sido decano varias veces en Parma y había publicado varios libros. Por eso él sabía lo que cuesta imprimir y cómo hay que luchar con los impresores. Y cómo hay que actuar cuando uno recibe trabajos para publicar: cómo hay que leerlos, para no publicar cualquier cosa; cómo que hay que contestar a quien se le rechaza un trabajo que ha mandado para que no se ofenda, diciéndole: «Mire, lo que usted ha mandado está bien pero aquí falta esto, habría que completarlo, habría que añadir esto y aquello . . .». Me enseñó, pues, la política que debe seguir el director de una revista con los colaboradores para que, sin ofender, pueda poner ciertos reparos y también ayudar y enseñar. Así, cuando venía un alumno y le traía un problema de estos que siempre vienen, mal planteado, en vez de rechazarlo directamente él le decía: «Esto sí, podría ser, pero usted lo tiene que cambiar, tiene que hacer esto . . .», y acababa dándole la vuelta completa a lo que el alumno había presentado. Es decir, sin ofender (o sin hacerlo demasiado), instruía e ilustraba al que le preguntaba. De manera que aprendí mucho de cómo tratar a la gente, de la manera de llevar adelante una faena que no es estrictamente la investigación matemática.

Beppo Levi, además, abordó todos los campos. Cuando iba cualquiera a preguntarle —fuese del ámbito de la matemática aplicada, de la ingeniería . . .—, él lo atendía. Si no

estaba enterado del problema que le planteaba, se pasaba días estudiándolo, buscando en sus libros. Éramos él y yo. Nos pasábamos el día en el Instituto (lo que ahora se llama «dedicación exclusiva»). Sobraban horas para hacer todas estas cosas. Yo veía bien el trabajo que él dedicaba a estos menesteres aunque al principio me chocaba un poco ya que pensaba que quizás era mejor estudiar. Pero no, debe haber tiempo para todo: para estudiar, para organizar . . . Es a esto a lo que me refiero cuando digo que yo, y creo que también los demás que estábamos con él, aprendí muchísimo del oficio de matemático estando al lado de Beppo Levi.

Finalmente, para no alargarme más, hablaré un poco de la idea que tenía Beppo Levi de la matemática. En aquella época —a principios de siglo, sobre todo— había habido discusiones entre los matemáticos, entre los intuicionistas y los idealistas. Los idealistas —Cantor, como exponente de esta corriente— afirmaban que cualquier cosa es matemática mientras no nos lleve a ninguna contradicción: basta elegir unos axiomas que no nos conduzcan a resultados contradictorios. Mientras, los intuicionistas —el holandés Brouwer a la cabeza— decían que la matemática debe ser constructiva, por lo que si tenemos un teorema de existencia pero no somos capaces de construir lo que afirmamos que existe, esto no tiene valor. Y ponían este ejemplo que me quedó siempre muy grabado. Supongamos que uno tiene una gran mole de mármol y dice: «Yo he demostrado que aquí existe la estatua más famosa de todos los tiempos.» Pero, ¿qué falta? ¿Dónde está esta estatua? ¡Ah!, falta el artífice, el escultor que quite el mármol que sobra. Es decir, existe la estatua —nadie lo niega— pero si no se tiene un camino para obtenerla, ¿qué valor tiene?

En la matemática idealista ocurre mucho esto. Así, en aquella época (aunque ahora ya se ha superado) se demostraba que había una infinidad no numerable de números trascendentes, pero cuando se les preguntaba: «¿Dónde están?», tan solo mencionaban el número e y el número π , y durante muchos años ninguno más. «Y todos los demás, ¿dónde están?». «No, lo sé, pero yo demuestro que existen.» «Bien, pero si no me dice dónde están, es como decir: hay un gran tesoro, búsquelo usted.»

Aunque ahora estas cosas ya han sido superadas, Beppo Levi tomó partido por los intuicionistas en sus trabajos de fundamentos, aunque él decía que no, ya que siempre le gustaba ir contracorriente. Decía: «No, yo no soy intuicionista, soy un intermedio: los dos tienen un poco de razón, tal como lo explico en mis trabajos». Pero en el fondo era intuicionista, ya que le gustaba siempre «tener los pies en el suelo». Así, tal como recogió en uno de sus artículos, decía: «Cuando me preguntan por qué se hacen matemáticas, no creo que se hagan por las ventajas que se obtienen (la técnica, los resultados matemáticos), o para crear modelos que después la física encuentra útiles para desarrollar sus teorías. No, no creo que sea por esto. El que hace matemáticas lo hace por el placer de construir». El matemático disfruta mientras va descubriendo caminos en lo desconocido, vericuetos (a veces muy torcidos) dentro de lo que no se conoce. Esto es lo que hace el matemático: descubrir, correr, «hacer correría» —como decía Beppo Levi— por terrenos incógnitos. Cuando el matemático llega al final, ya ha perdido todo el interés. Le ocurre como al alpinista: no es que éste tenga interés en subir arriba (muchas veces son gente de dinero que podrían alquilar un helicóptero para llegar a la cima), sino que le gusta trepar (para ser el primero que lo hace, para vencer dificultades . . .). Es el camino lo que le hace disfrutar. Una vez llega arriba, ya no le importa: «Bueno, he sido el primero, he sido el segundo o he sido el tercero . . .». Ya no le interesa. El matemático, según Beppo Levi, es algo parecido: le interesa el camino, la forma de pensar. Por eso Beppo Levi se declara enemigo de «la matemática por la matemática». No es [el fin de] la matemática obtener nuevos resultados matemáticos. Ni tampoco es la matemática para las aplicaciones. No, se hacen matemáticas, decía él, como se quiere, o como se vive. ¿Por qué vivimos? Nadie sabe

exactamente por qué vivimos pero, decía Beppo Levi, «vivimos por el amor a la familia, por el amor a la humanidad, por el amor a la ciencia». Por esto se hacen matemáticas.

En dos palabras, podría haber dicho —como recordaba Jacobi—, «¿por qué hacemos matemáticas? Por el honor del espíritu humano».

Nada más.

Agraïments

Agraïexo a Xavier Duran el seu permís per usar informació continguda en el seu llibre [2].

Referències

- [1] CHERN, S. S., «On the kinematic formula in the Euclidean space of n dimensions». *Amer. J. Math*, 45, (1944), 744–752.
- [2] DURAN, X., *Lluís Santaló*. Fundació Catalana per a la Recerca, Col·lecció de Biografies, núm. 7, 1999.
- [3] EDUARD GALLEGRO I AGUSTÍ REVENTÓS, «Asymptotic behavior of convex sets in the hyperbolic plane». *Journal of Differential Geometry*, 21, (1985), 63–72.
- [4] GRACIELA SILVA BIRMAN, «Luis A. Santaló en Argentina». *La Gaceta de la RSME*, 7.2, (2004), 567–578.
- [5] LLUÍS ANTONI SANTALÓ, *Algunos problemas geométricos que plantea la navegación aérea*. Boletín Matemático, vol.13. Buenos Aires, 1940.
- [6] LLUÍS ANTONI SANTALÓ, *Posibilidades del vuelo interplanetario*. Revista de Ingeniería y Arquitectura. Rosario, 1942.
- [7] LLUÍS ANTONI SANTALÓ, *Sobre el problema del radio de acción de los aviones*. Revista Centro de Estudiantes, Fac. Ciencias Matemáticas, Rosario, 1945.
- [8] LLUÍS ANTONI SANTALÓ, *Historia de la Aeroáutica*. Argentina:Espasa-Calpe, 1946.
- [9] LLUÍS ANTONI SANTALÓ, *L'educació matemàtica avui*. Teide, Barcelona, 1975.
- [10] LLUÍS ANTONI SANTALÓ, *Integral Geometry and Geometric Probability*. Addison-Wesley, 1976. Encyclopedia of mathematics and its applications, Vol. 1.
- [11] LLUÍS ANTONI SANTALÓ, *La Enseñanza de las ciencias en la escuela media (una contribución al Congreso Pedagógico)*. Anales de la Sociedad Científica, tomo CCXVI, 1986.
- [12] LLUÍS ANTONI SANTALÓ, *La matemàtica: una filosofia i una tècnica*. Eumo Editorial, Universitat de Girona, Estudis Universitaris de Vic, 1993. Isbn:84-7602-807-5.
- [13] LLUÍS ANTONI SANTALÓ, *Santaló Selected Works*. Springer, 2009. Pàg. i-ix+854. Editors: A. M. Naveira, A. Reventós.
- [14] NELLY VÁZQUEZ DE TAPIA, «Dr. Luis Santaló». *Numeros. Revista de didáctica de las matemáticas*, 43-44. El podeu trobar a <http://www.soarem.org.ar/Publicaciones/dr.htm>.
- [15] NORBERTO FAVA Y CARLOS SEGOVIA, «Luis Santaló». *Numeros. Revista de didáctica de las matemáticas*, 48, (2001), 3–11. El podeu trobar a <http://rinconmatematico.com/biografias/santalo.htm>.

- [16] REVENTÓS TARRIDA, A., «In Memoriam Lluís Santaló i Sors». *Butlletí de la Societat catalana de Matemàtiques*, 17 (1), (2002), 93–121.
- [17] REVENTÓS TARRIDA, A., «Lluís Antoni Santaló i Sors». *La Gaceta de la RSME*, 5 (1), (2002), 73–106.
- [18] REVENTÓS TARRIDA, A., «Professor Lluís Santaló (1911-2001)». *Contributions to Science*, 2(3), (2003), 413–426.

DEPARTAMENT DE MATEMÀTIQUES
UNIVERSITAT AUTÒNOMA DE BARCELONA
08193 BELLATERRA (CERDANYOLA DEL VALLÈS), BARCELONA
agusti@mat.uab.cat