

Tallers de matemàtiques per a enginyers

Departament de Matemàtiques

Setembre 2022, Mòduls

1 Primera secció

Nombres, potències, arrels, nombres combinatoris, binomi de Newton. Polinomis, Ruffini.

1.- Opera dins els nombres reals i dóna el resultat exacte en la forma més simplificada possible de:

- (a) $(13 + 7)/5 - (4 \cdot 2 - 6)$ (c) $9/(4 + 6/3)$ (e) $5 - 9 \cdot 6 + (-5 + 8) \cdot 2$
(b) $4 + 5 \cdot 7/2 - 1/4$ (d) $(3 + 2 \cdot 4)/7 + 4(3 - 9/7)$ (f) $-2 + 2/3 : 1/2 + 10/7 \cdot 1/2$

2.- Escriu en forma d'una sola potència:

- (a) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ (b) $5^2 \cdot 5^3$ (c) $\frac{7^5}{7^2}$ (d) $\frac{2^7}{2^3}$ (e) $(5^3)^4$

3.- Expressa en potències de 10:

- (a) 1 000 (c) 100 (e) 0,001
(b) 0,1 (d) 100000² (f) $10^7/10^5$

4.- Expressa en forma de potència:

- (a) $\sqrt[3]{4^2}$ (b) $\sqrt[7]{5^8}$ (c) $\sqrt[5]{27}$ (d) $\sqrt{12^3}$ (e) $\sqrt[4]{5^8}$ (f) $\sqrt{3}$

5.- Expressa en forma de radical:

- (a) $7^{4/5}$ (b) $2^{1/6}$ (c) $3^{3/5}$ (d) $10^{1/2}$ (e) $3^{2/3}$ (f) $4^{5/2}$

6.- Opera i expressa en forma d'un únic radical de la manera més simplificada possible:

- (a) $\sqrt[3]{5} \sqrt[3]{4}$ (b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ (c) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{7}}$ (d) $\sqrt{3} \sqrt[4]{3}$ (e) $\frac{\sqrt[6]{8}}{\sqrt[3]{2}}$ (f) $3^{2/7} \sqrt[7]{5}$ (g) $\sqrt[4]{7} \sqrt[4]{7^3}$

7.- Resol les següents identitats notables:

- (a) $(a + 1)^2$ (b) $(2 - b)^2$ (c) $(x - 1)(x + 1)$ (d) $(x + 2y)^2$ (e) $(a - 1)^2$

8.- Calcula:

- (a) 4! (b) $\frac{9!}{7!}$ (c) $\binom{5}{3}$ (d) $\binom{2}{1}$ (e) $\binom{4}{2}$

9.- Resol les equacions següents de grau 1:

- (a) $x - 1 = 0$, (d) $2x - 5 = 1$,
(b) $x + 2 = 16$, (e) $x + 3 = 7$,
(c) $3x = 6$, (f) $5x - 2 = 8$.

10.- Troba les arrels dels polinomis següents de grau 2:

- (a) $x^2 - 2x + 1$, (c) $x^2 - 2x - 3$,
(b) $x^2 - 16$, (d) $x^2 + 3x$.

11.- Troba les arrels dels polinomis següents:

- | | |
|------------------------------|------------------------|
| (a) $x^3 - 2x^2 + x$, | (e) $x^4 - 3x^2 + 2$, |
| (b) $x^3 - 3x^2 - 4x + 12$, | (f) $x^5 - 32$, |
| (c) $x^3 + 1$, | (g) $x^3 - 1$, |
| (d) $x^4 + 1$, | (h) $x^4 - 1$. |

12.- Considereu els polinomis

$$p(x) = -x^7 + 2x, \quad q(x) = 6x^5 - 3x^4 + 2x, \quad r(x) = x + 1, \quad s(x) = x^2 - 3.$$

Efectueu les següents operacions; els apartats (e) i (f) resol·leu-los tant per l'algoritme clàssic de la divisió de polinomis com pel mètode de Ruffini tot comprovant que obteniu el mateix resultat:

- | | | | |
|-------------------|-------------------|-----------------------|-----------------------|
| (a) $p(x) + q(x)$ | (b) $p(x) - q(x)$ | (c) $q(x) \cdot s(x)$ | (d) $r(x) \cdot s(x)$ |
| (e) $p(x) : r(x)$ | (f) $q(x) : r(x)$ | (g) $q(x) : s(x)$ | (h) $s(x) : r(x)$ |

2 Segona secció

Fraccions algebraiques i desigualtats.

13.- Factoritzeu els polinomis $4x^2 - x^4$ i $x^2 - 4x + 4$ i useu aquesta factorització per simplificar $\frac{4x^2 - x^4}{x^2 - 4x + 4}$.

14.- Calculeu les operacions següents expressant el resultat com una fracció algebraica:

- (a) $\frac{x}{x+2} + \frac{2x}{x+2}$,
- (b) $\frac{x}{(x+1)(x-1)} + \frac{2}{x+1}$.

15.- Resoleu les equacions algebraiques següents:

- | | |
|-------------------------------------|------------------------------------|
| (a) $\frac{3}{x-1} = 1$, | (d) $\frac{(x+5)}{(2x-3)} = 1$, |
| (b) $5 - \frac{x}{2x+1} = 0$, | (e) $\frac{(x-1)(x-2)}{x-1} = 3$, |
| (c) $\frac{x+3}{x+1} - 5 = x - 1$, | (f) $\frac{2x-2}{x-1} = x + 1$. |

16.- Resoleu les equacions irracionals següents:

- | | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| (a) $\sqrt{x} = 2$, | (d) $\sqrt{x} + \sqrt{x} = 6$, |
| (b) $\sqrt{x+1} - 15 = 1$, | (e) $\frac{1}{\sqrt{x}} = 2$, |
| (c) $x - 1 = \sqrt{x+1}$, | (f) $x + 1 = \sqrt{x^2 - 3}$. |

17.- Resoleu les desigualtats següents:

- | | |
|---------------------------|-------------------------------|
| (a) $3x - 2 > 0$, | (e) $2x + 1 > x$, |
| (b) $2z + 5 < 0$, | (f) $(x+1)(x-2) > 0$, |
| (c) $4x - 1 \geq x + 2$, | (g) $x^2 - 5x + 6 < 0$, |
| (d) $\frac{3x}{2} < 1$, | (m) $\frac{x+1}{2} < x - 1$. |

18.- Efectueu les operacions amb valors absoluts:

(a) $|-7|$ (b) $|4|$ (c) $|2-9|$ (d) $|4-3|-|3-4|$ (e) $|8-1-9|+2$

19.- Resoleu les equacions següents en les que intervé el valor absolut:

(a) $|x| \leq 2$, (c) $0 \leq |x| \leq 1$,
(b) $|x| < 10$, (d) $|x+1| < 0$.

3 Tercera secció

Exponencial i logaritmes. Trigonometria.

20.- Escriu les següents igualtats en forma exponencial ($a^x = y$):

(a) $\log_2 16 = 4$ (b) $\log_3 27 = 3$ (c) $\log_5 125 = 3$ (d) $\log_{10} 10 = 1$

21.- Calcula:

(a) $\log_2 8$ (c) $\log_7 49$ (e) $\log_2 32$
(b) $\log_3 9$ (d) $\log_{10} 1000$ (f) $\log_5 25$

22.- Useu les propietats dels logaritmes per escriure amb un sol logaritme les següents expressions:

(a) $\log_2 7 + \log_2 3$ (c) $\log_9 8 + \log_9 3$ (e) $\log_5 2 + \log_5 13$
(b) $\log_{10} 14 - \log_{10} 7$ (d) $\log_3 28 - \log_3 4$ (f) $\log_4 36 - \log_4 9$

23.- Useu les propietats dels logaritmes per expressar com un logaritme sense nombre multiplicat al davant:

(a) $3 \cdot \log_{10} 2$ (b) $9 \cdot \log_8 1$ (c) $5 \cdot \log_2 3$ (d) $4 \cdot \log_5 2$

24.- Expressen com un angle entre 0° i 360° els angles: 420° , 750° , 543° , 926° , 1485° i 1800° .

25.- Passeu a radians els angles: 90° , 30° , 45° , 180° , 210° .

26.- Passeu a graus els angles: $\pi/4$ rad, $\pi/2$ rad, $3\pi/4$ rad, 2π rad, π rad.

27.- Calcula:

(a) $\sin \frac{\pi}{2}$ (c) $\cos \frac{\pi}{2}$ (e) $\tan \frac{\pi}{4}$
(b) $\sin \pi$ (d) $\cos \pi$ (f) $\tan \pi$

28.- Troba els valors de x que satisfan les següents equacions; recorda les fórmules $\frac{\sin a}{\cos a} = \tan a$ i $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$:

(a) $\cos x = 0$ (c) $\frac{\sin x}{\cos x} = 1$ (e) $\sin x + \tan x \cdot \cos x = -1$
(b) $\sin x = 1$ (d) $\sin^2 x + \sin^2 x + \cos^2 x = \frac{3}{2}$ (f) $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$

4 Quarta secció

Progressions i matrius

29.- Doneu els 5 primers termes de les progressions amb terme general:

(a) $a_n = n + 1$ (b) $a_n = n^2$ (c) $a_n = \frac{n}{2}$ (d) $a_n = 3n$

30.- Decidiu si les següents progressions són aritmètiques o geomètriques:

(a) $2, 4, 6, 8, 10, \dots$

(c) $1, 2, 4, 8, 16, \dots$

(e) $7, 6, 5, 4, 3, \dots$

(b) $3, 13, 23, 33, 43, \dots$

(d) $5, 15, 45, 135, 405, \dots$

(f) $81, 27, 9, 3, 1, \dots$

31.- Doneu els 5 primers termes de les progressions aritmètiques amb terme inicial a_0 i diferència d :

(a) $a_0 = 1, d = 2$

(b) $a_0 = 237, d = 50$

(c) $a_0 = 16, d = -3$

32.- Doneu els 5 primers termes de les progressions geomètriques amb terme inicial a_0 i raó r :

(a) $a_0 = 2, r = 3$

(b) $a_0 = 21, r = 1$

(c) $a_0 = 8, r = 1/2$

33.- Digueu l'ordre de les següents matrius i doneu-ne la matriu transposada:

(a) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} -2 & 6 & 0 \\ 4 & 2 & -4 \\ 9 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ (c) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ (d) $\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

34.- Feu els càlculs següents:

(a) $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ (d) $5 \cdot \begin{pmatrix} 2 & -6 & 7 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -4 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ (e) $\begin{pmatrix} 2 & -6 & 7 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$ (f) $\begin{pmatrix} 5 & 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -4 \end{pmatrix}$

35.- Calculeu el determinant de les següents matrius:

(a) $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

(b) $\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 0 & -4 \end{pmatrix}$

(c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

36.- Els adjunts dels elements d'una matriu són útils per calcular determinants d'ordre gran i per trobar la inversa d'una matriu. Calculeu la matriu adjunta de les matrius de l'exercici anterior.

5 Cinquena secció

Equacions lineals. Rectes i plans.

66.- Estudieu segons els valors dels paràmetres si el sistema té solució o no en té, i en cas de tenir-ne, si és única o no n'és.

$$(a) \begin{cases} mx + 2y = 4 \\ mx + 4y = 8 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ ax + by = 1 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} mx + y = 0 \\ x + my = 0 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x + y + 2z = a \\ x - z = b \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} 3x + 10y + 4z = 0 \\ ax + y - z = 0 \\ x + 3y + z = 0 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} 3x + 10y + 4z = 0 \\ ax + 10y + 4z = 1 \\ x + 10y + 4z = 0 \end{cases}$$

67.- Resoleu els sistemes de l'exercici anterior pels valors dels paràmetres que feien que el sistema tingués una única solució (SCD).

68.- Resoleu els sistemes de l'exercici anterior pels valors dels paràmetres que feien que el sistema tingués més d'una única solució (SCI).

69.- Trobeu un vector perpendicular al vector $(2, -3)$.

70.- Escriviu de diferents maneres la equació de la recta que passa pel punt $(1, 1)$ i té com a vector director $(1, 0)$.

71.- Escriviu de diferents maneres la equació de la recta que passa pel punt $(1, 1)$ i té com a vector director $(1, -1)$.

72.- Trobeu la distància entre el punt $(1, 1)$ al punt $(2, -4)$.

73.- Trobeu en el pla real $\mathbb{R}^2$ una recta paral·lela a $x + 1 - y = 0$.

74.- Trobeu en $\mathbb{R}^2$ una recta perpendicular a $x + 1 - y = 0$.

75.- Trobeu en $\mathbb{R}^2$ l'equació de la recta perpendicular a $3x + 2y = 3$ i que conté el punt $(3, 0)$.

76.- Calculeu la intersecció del pla $x + y + 1 = 0$ amb el pla $2x + y + 5 = 0$.

77.- Trobeu l'equació del pla que passa pel punt $(1, 1)$ i és paral·lel al pla $3x + 5y + 9 = 0$.

6 Sisena secció

Funcions. Límits i derivades de funcions.

83.- Trobeu el domini de les següents funcions:

- (a) $f_1(x) = x - 2$, $f_2(x) = 3x + 2$, $f_3(x) = 3$, $f_4(x) = x^2 - 4x + 5$, $f_5(x) = -x^5 + 1$.
- (b) $g_1(x) = x/(x-1)$, $g_2(x) = (x-3)/(x^2+1)$, $g_3(x) = (x^2+1)/(x-3)$, $g_4(x) = (x+2)/((x-3)(x-2))$,
 $g_5(x) = (x-2)/((x-3)(x-2))$.
- (c) $h_1(x) = \sin(x)$, $h_2(x) = \tan(x)$, $h_3(x) = \sec(x)$.
- (d) $m_1(x) = \log(x)$, $m_2(x) = 2\log(x)$, $m_3(x) = \log(x-5)$, $m_4 = e^{x^2+1}$.
- (e) $n_1(x) = \sqrt{x+1}$, $n_2(x) = \sqrt{x^2+2}$, $n_3(x) = \sqrt{(x-1)(x+2)(x-3)}$.
- (f) $p_1(x) = e^{1/x}$, $p_2(x) = \log(\frac{x-1}{x-2})$.

84.- Trobeu els punts de tall amb l'eix d'abscisses e indiqueu quan és positiva o negativa la funció per a:

- (a) $f_1(x) = x - 2$, $f_2(x) = (x-1)(x+2)$, $f_3(x) = \frac{(x-1)(x+3)}{(x-2)(x+2)}$.
- (b) $g_1(x) = x/(x-1)$, $g_2(x) = (x^2 - 3x + 1)/(x+1)$.
- (c) $h_1(x) = \tan(x)$, $h_2(x) = \sec(x)$.
- (d) $m_1(x) = \log(x)$, $m_2(x) = \log(x^2)$, $m_3(x) = \log(x-5)$, $m_4 = e^x - 1$, $m_5(x) = e^{x^2} - 10$.

85.- Estudieu les simetries de les funcions següents. Si és periòdica doneu el període mínim.

- (a) $f_1(x) = x$, $f_2(x) = x^2$, $f_3(x) = x^3$, $f_4(x) = x^2 + 1$
- (b) $g_1(x) = x/(x^2 + 2)$, $g_2(x) = x^2/(x^4 + 2x^2 + 1)$, $g_3(x) = x/(x-1)$
- (c) $h_1(x) = \tan(x)$, $h_2(x) = \sin(x)$, $h_3(x) = \cos(x)$, $h_4(x) = 4\sin(3x/2)$.
- (d) $m_1(x) = e^{1/x^2}$, $m_2(x) = 2\log(x)$, $m_3(x) = 3\log(x)$.

86.- Calculeu els límits següents (en cas de ser possible):

- (a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-4}{x+2}$,
- (b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 17}$,
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)}{x}$,
- (d) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x-3}$,
- (e) $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{x}{x-3}$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$,
- (g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3 - 14x^2 + 12x}{x^3 - 10x^2 + 27x - 18}$,
- (h) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h}$,
- (i) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x}{(x-5)^2}$,
- (j) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(x^2+1)(x-4)}{x^3}$

87.- Calculeu

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2}{2x^2 - 7}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5}{3x^3 + 2x - 4}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-5x^4 - 3}{3x^2 + 5x - 6},$$

$$(d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x - 1}{-x^2 + 1}.$$

88.- Calculeu

$$(a) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x} \right)^{3x}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2+1}{x^2+x} \right)^x$$

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{2 + e^{1/x}}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 1} (x^4 - 3x^3 + 4)^{\frac{1}{(x-1)^4}}$$

$$(c) \lim_{x \rightarrow 1} (3x^5 - 2)^{\frac{-2}{(x-1)^3}}.$$

92.- Trobeu les derivades de les funcions següents:

$$(a) f(x) = 5x - 4$$

$$(b) f(x) = x^5 + 7$$

$$(a) f(x) = -5x^4$$

$$(b) f(x) = -x^3 + 7x^2 + x + 3$$

$$(a) f(x) = 8x^8$$

$$(b) f(x) = -4x^5 + 5x^3 + 7x$$

$$(c) f(x) = (x^2 - x + 2)^3$$

$$(d) f(x) = \frac{x+1}{x+5}$$

$$(e) f(x) = 2 \log_7 x$$

$$(f) f(x) = \sqrt{x-2}$$

$$(g) f(x) = \sqrt[3]{x+1}$$

$$(h) f(x) = (x^2 + 1) \cdot e^x$$

$$(i) f(x) = (5 \log(x))^5$$

$$(j) f(x) = \frac{1+x+x^4}{e^x}$$

$$(k) f(x) = x \log x$$

$$(l) f(x) = \sqrt[5]{x^2}$$

$$(m) f(x) = 4\sqrt[6]{3x^2}$$

$$(n) f(x) = \frac{\sqrt[7]{x^2}}{x}$$

$$(o) f(x) = \frac{x^{1/3}}{(x+1)}$$

93.- Calculeu les funcions derivades de les funcions següents:

$$(a) f(x) = \tan(x)$$

$$(b) f(x) = x \sin x \tan x$$

$$(c) f(x) = \tan(x + \cot x)$$

$$(d) f(x) = x \cdot 2^x$$

$$(e) f(x) = \frac{\arcsin x}{x}$$

$$(f) f(x) = \arcsin x + \arccos x$$

$$(g) f(x) = \log(x^2 + x + 2)$$

$$(h) f(x) = e^{\cos x}$$

94.- Trobeu l'equació de la recta tangent de la funció $y = x^2 + x - 1$ en el punt $x = \pi/6$.

95.- Donada la corba de l'equació $f(x) = x^2 - 3$ i la recta $y = -x + b$, trobeu el valor de b per a que la recta sigui tangent a la corba. Determineu també el punt de tangència.

96.- Calculeu l'equació de la recta tangent a la circumferència $x^2 + y^2 = 10$ en el punt $P = (1, -3)$

7 Setena secció

Dibuix de gràfiques de funcions. Màxims i mínims.

99.- Elaboreu les gràfiques de les funcions següents, indicant el domini, la taula de variació, els intervals de creixement i decreixement, els màxims i els mínims locals, els intervals de concavidad, i els possibles punts d'inflexió.

(a) $f(x) = x + 2$

(g) $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$

(b) $f(x) = x^2 - 2$

(h) $f(x) = e^{x+2}$

(c) $f(x) = x^3 + 2$

(i) $f(x) = \frac{3}{x^2}$

(d) $f(x) = (x - 1)(x + 1)(x - 2)$

(j) $f(x) = \sqrt{x + 3}$

(e) $f(x) = \frac{x}{x - 1}$

(k) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{1 - x^2}$

(f) $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$

100.- Dibuxeu la gràfica de $f(x) = |x - 4|$ a partir de la recta $f(x) = x - 4$

101.- Determineu el valor de les constants a i b per a que la funció definida per $f(x) = x^2 + ax + b$ tingui un extrem relatiu al $(2, 3)$.

102.- Per a cadascuna de les funcions donades a continuació, determineu els extrems absoluts de f (en cas de ser possible) en l'interval donat.

(a) $f(x) = x - 4$ en $[-3, 2]$

(b) $f(x) = x^2 - 2$ en $[-3, 4]$

(c) $f(x) = \frac{1}{x+2}$ en $[-1, 4]$

(d) $f(x) = \frac{1}{x+2}$ en $[-5, 4]$

(e) $f(x) = \frac{1}{x^2+2}$ en $[-5, 4]$.

103.- Es disposa d'una cartolina de 50 cm. de costat i es vol fer una caixa sense tapa retallant quadrats iguals a les cantonades (de la cartolina) i doblegant els costats. Quina ha de ser la longitud del costat del quadrat que es retalla per a que el volum de la caixa sigui màxim?

8 Vuitena secció

Càlcul de primitives. Àrees

111.- Calculeu les primitives següents (directament):

(a) $\int 21dx$

(c) $\int x^4 - x^2 + x - 1dx$

(e) $\int \sin(3x)dx$

(h) $\int 3e^{2x}dx$

(j) $\int \frac{1}{x+4}dx$

(l) $\int x^{-3}dx$

(n) $\int \tan(2x)dx$

(p) $\int \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}dx$

(b) $\int 5x^2dx$

(d) $\int \frac{1}{3}x^5 + 3x^2 + 1dx$

(f) $\int \cos(3x)dx$

(i) $\int \frac{1}{x}dx$

(k) $\int \frac{1}{x^3}dx$

(m) $\int x^{2/7} + \sqrt[5]{x^2} + 1dx$

(o) $\int \frac{1}{1+x^2}dx$

(q) $\int x^2 + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5}dx$

112.- Calculeu les primitives següents (directament o canvi de variable):

(a) $\int (x+5)^8dx$

(c) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}dx$

(e) $\int x \sin(x^2 + 5)dx$

(g) $\int (3x^2 + 5)(x^3 + 5x + 1)^4dx$

(i) $\int \cos(3x) \sin(3x)^2dx$

(k) $\int \frac{3\cos(3x)}{\sin(3x)}dx$

(b) $\int 2xe^{x^2+4}dx$

(d) $\int \frac{2x}{1+x^2}dx$

(f) $\int \frac{e^x}{1+e^x}dx$

(h) $\int \frac{\log(x)}{x}dx$

(j) $\int \cos^2(x) + \sin^2(x)dx$

(l) $\int 1 + xe^{x^2}dx$

113.- Calculeu les primitives següents (per parts):

(a) $\int \log x dx$

(c) $\int x \sin x dx$

(b) $\int xe^x dx$

(d) $\int \arcsin x dx$

114.- Calculeu les primitives següents (racionals):

(a) $\int \frac{x^2-1}{x+2}dx$

(c) $\int \frac{x+2}{(x+1)^2}dx$

(e) $\int \frac{1}{x^2+1}dx$

(g) $\int \frac{1}{(x^2+2)}dx$

(b) $\int \frac{x-1}{(x-1)(x+2)}dx$

(d) $\int \frac{1}{(x-1)(x-3)}dx$

(f) $\int \frac{x-1}{(x-1)(x^2+1)}dx$

(h) $\int \frac{(x-1)(x+1)(x+2)}{(x-1)(x^2+1)}dx$

115.- Calculeu les integrals definides següents:

(a) $\int_1^2 (2-x)dx$

(b) $\int_0^{-2} (x+1)dx$

(c) $\int_0^{2\pi} \cos x dx$

(d) $\int_0^2 \sqrt{x} dx$

(e) $\int_0^2 \frac{1}{x+1} dx$

(f) $\int_{-1}^1 x^3 dx$

(g) $\int_{-1}^1 |x^3| dx$

(f) $\int_{-1}^1 -x^2 dx$

116.- Dibuixeu la gràfica de la funció $f(x) = 2 + x$ per a $x \in [-1, 3]$ i trobeu l'àrea que queda sota la corba, és dir l'àrea fitada per $f(x)$, $x = -1$ i $x = 3$.

117.- Repetiu l'exercici anterior amb la funció $f(x) = x^2 + 2$ per a $x \in [-1, 2]$.

118.- Dibuixeu la regió fitada per les següents corbes i trobeu la seva àrea:

(a) $y = x, y = x^2$

(b) $y = x + 1, x = 2, x = 5$

(c) $y = x, y = \sqrt{x}$

(d) $y = -x^2 + 16, y = 0$

(e) $y = -x^2 + 16, y = -1$.