UAB

números primos

Los números primos 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19... son los átomos de los enteros.

Los enteros primos sólo son divisibles por 1 y por ellos mismos.

$$2 = 1 \times 2,\ 3 = 1 \times 3,\ 89 = 1 \times 89$$

Todo entero $n \in \mathbb{N}$ se escribe de manera única como producto de números primos escritos en orden creciente.

$$6 = 2 \times 3, 10 = 2 \times 5, 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7,\ 2013 = 3 \times 11 \times 61$$

¿Cuántos hay?

Teorema de Euclides 300 A.C.

Si $p_1, \ldots, p_n$ son números primos, como ninguno de ellos divide al entero: $1 + p_1 \times p_2 \times \cdots \times p_n$ entonces es que existe una infinidad de números primos.

¿Cómo encontrarlos?

Criba de Eratóstenes 235 A.C.

En la tabla de los números de 1 a 100, si borramos los múltiplos de 2, y después los de 3, los de 5 y los de 7, lo que nos queda son los números primos menores que 100.

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	~~49~~	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	~~55~~	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	~~65~~	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	~~77~~	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	~~85~~	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
~~91~~	~~92~~	~~93~~	~~94~~	~~95~~	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

¿Cuántos se conocen?

El número primo más grande conocido es

$$2^{57885161}-1$$

y tiene 17.425.170 cifras (Enero 2013).

¿Cómo se distribuyen?

Euler 1737

Entre los enteros hay una alta proporción de números primos. Por ejemplo, hay más primos que cuadrados o cubos... Si p_n designa al n-ésimo primo,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = +\infty = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{p_n}$$

pero

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3} \simeq 1,202$$

Hadamard - de la Vallée Poussin

1895

Si x crece, la proporción de números primos $\leq x$ disminuye.

Si $\pi(x)$ designa al número de números primos menores que x, entonces para x grande $\frac{\pi(x)}{x}$ se confunde con $\frac{1}{\ln(x)}$.

x	$\pi(x)$	$\frac{1}{\ln(x)}$	$\frac{\pi(x)}{x}$
10	4	0,434...	0,4
10^2	25	0,217...	0,25
10^3	168	0,1447...	0,168
10^7	664.579	0,6204...	0,664...
10^{16}	279 x 10^{12}	0,0271...	0,0279...

No se sabe si es cierta la
Conjetura de Goldbach, 1742:

Todo entero par mayor que 3 es suma de dos números primos.

grau d'estadística aplicada
mat.uab.cat/gea

grau de matemàtiques
mat.uab.cat/gmat

autor Wolfgang Pitsch
Departament de Matemàtiques

disseny Unitat d'Usabilitat, Accessibilitat i Presentació - APSI

UAB
Universitat Autònoma de Barcelona