

Màxims i mínims

Preguntes

La piràmide de Keops té una alçada de 146.3m i una base quadrada amb costats de 230.4m.

Una formiga vol anar del vèrtex A al vèrtex oposat B .

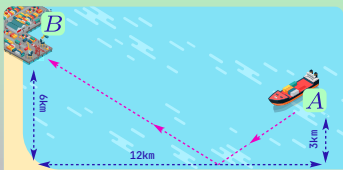
Quant mesura el camí de longitud mínima?



El cocodril Snell és a la sorra al punt A i vol capturar un ànec que és quiet a l'aigua al punt B . Si la velocitat del cocodril a la sorra és de 20km/h i a l'aigua de 30km/h, *quin és el mínim de temps en què el pot caçar?*



El vaixell A ha d'anar a la ciutat B , passant per un punt de la costa a deixar unes mercaderies. *Quin és el camí de longitud mínima?*



En quin punt de la línia groga es veu la porteria amb un angle més gran?

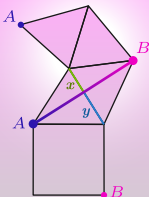


Respostes

Podem desplegar la figura de la piràmide, calcular la mida dels triangles convenientment, i determinar la distància mínima de A a B amb la línia recta.

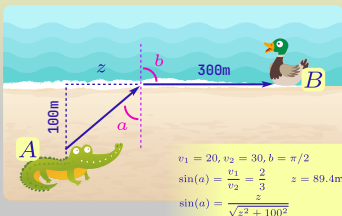
$$AB = 391.9$$

$$x = 97.75 \quad y = 121.2$$

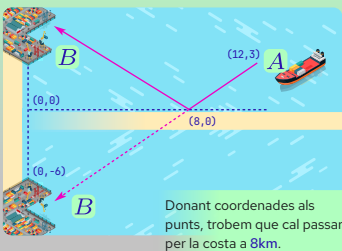


El cocodril és com un raig de llum que passa d'un medi a un altre amb velocitats diferents. La llei de Snell diu que el camí que fa el raig de llum més curt és el de temps mínim i que $\frac{\sin(a)}{v_1} = \frac{\sin(b)}{v_2}$.

Així determinem z i el temps $t = 49.4$ seg.

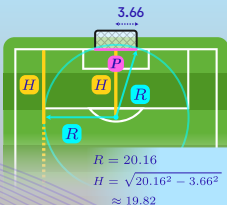


Només cal reflectir el punt B com si fos un mirall i fer servir que el camí més curt entre dos punts és la línia recta.



El lloc geomètric dels punts en què la porteria es veu amb un mateix angle, és l'arc capaç del segment P i aquest és un arc de circumferència.

Aquest angle serà màxim en cas que la circumferència sigui mínima i per tant tangent a la línia groga. Amb això podem determinar H .



Autor

Pere Puig

Departament de Matemàtiques

Graus de Matemàtiques,
Estadística Aplicada i MatCAD

UAB

Universitat Autònoma de Barcelona