Pub. Mat. UAB
Nº 21 Oct. 1980
Actes VII JMHL

SOBRE ELS PUNTS PERIÒDICS DE LES FUNCIONS CONTÍNUES DE LA CIRCUMFERÈNCIA

Lluís Alsedà

Secció de Matemàtiques
Universitat Autònoma de Barcelona

Abstract.- We study the relation between the degree of a continuous map of the cicle into itself with its periodics points. We give a complete answer if the degree is different from -1 and 1.

En els darrers anys problemes concrets en Sistemes Dinàmics i en Biologia han portat a l'estudi dels punts periòdics de les aplicacions continues de la recta en la recta i posteriorment de la circumferència (veure (4)).

Previament donem algunes definicions que valen en ambdós casos. Definim f^n inductivament com segueix : $f^1=f$, $f^n=f\circ f^{n-1}$; f^0 serà l'aplicació identitat. Sigui $x\in\mathbb{R}$ ó S^1, direm que x és punt fix de f si $f(x)=x$ i x serà un punt periòdic de f si existeix un enter positiu tal que $f^m(x)=x$. Al més petit n tal que $f^n(x)=x$ l'anomenem periode de x i a x punt n-periòdic. $P(f)$ és el conjunt dels enters positius que són periode d'algun punt periòdic de f.

En el cas de les funcions contínues de la recta tenim molta informació, bàsicament en el teorema de Šarkovskii (veure (5)).

Teorema (Šarkovskii). Sigui $f\in C^0(\mathbb{R},\mathbb{R})$ i suposem que $n\in P(f)$. Llavors $m\in P(f)$ per a tot m a la dreta de n en la següent ordenació : 3,5,7,9, ..., 2.3,2.5,2.7,2.9, ..., 4.3,4.5,4.7,4.9, ..., 8,4,2,1.