

EL DIAGRAMA DE BIFURCACION PARA UNA FAMILIA DE ENDOMORFISMOS DEL CIRCULO RELACIONADA CON LA ECUACION DE VAN DER POL

Lluís Alsedà y Antonio Falcó

Departament D'Economía  
Universitat Autònoma de Barcelona

ABSTRACT: By using topological conjugacy technics to a subshift of finite type, we describe the bifurcations of the family of continuous maps of the circle into itself obtained by Mark Levi in (Le). This result improves the theorem of (A, Ll, S).

1980 Mathematics Subject Classification. Primary 54H20

### 0. Introducción

En el estudio cualitativo de la ecuación de Van der Pol:

$$\varepsilon \ddot{x} + \emptyset(x)\dot{x} + \varepsilon x = bp(t)$$

donde  $\varepsilon > 0$  es un número real próximo a cero,  $\emptyset < 0$  para  $|x| < 1$  y  $\emptyset > 0$  para  $|x| \geq 1$ ,  $p(t)$  es periódica de periodo  $T$  y  $b$  varía en un intervalo finito  $(b^1, b^2)$ , realizado por M. Levi (ver (Le)), se demuestra que la información que nos proporciona la aplicación de Poincaré asociada a dicho sistema se recoge en una cierta familia de difeomorfismos de un disco compacto  $R = S^1 \times (-1, 1)$ . Para estudiar la dinámica de esta familia de difeomorfismos se usa una cierta familia de aplicaciones del círculo en si mismo, su comportamiento dinámico proporciona información acerca de la familia dos-dimensional.

En el presente trabajo se completa la descripción de las bifurcaciones de la familia de endomorfismos del círculo, usando técnicas de dinámica simbólica. Así se mejora el resultado obtenido por Alsedà, Llibre y Serra en (A, Ll, S).

#### 1. Hipótesis

Sea  $F = F(., b, h^1, h^2): R \rightarrow R$  una familia de difeomorfismos donde  $b^1 \leq b \leq b^2$  es el parámetro de bifurcación y  $h = h(\varepsilon)$ ,  $h = O(\exp(-c/\varepsilon^2))$  son los parámetros de control. Construimos entonces la siguiente familia de endomorfismos del círculo. Sea  $Y_\sigma(x) = \sigma$  con  $-1 \leq \sigma \leq 1$  y  $x \in S^1$ , una foliación horizontal de  $R$ . A cada fibra  $Y_\sigma(x)$ ,  $x \in S^1$ , le asociamos una aplicación  $f_\sigma(x) = f_\sigma(x, b, h^1, h^2)$  de  $S^1$  en  $S^1$  como:

$$f_\sigma(x) = Px \text{ o } F(x, Y_\sigma(x))$$

donde  $Px$  es la proyección sobre el eje  $X$ .