

EXISTENCIA Y UNICIDAD DE CICLOS LIMITE PARA UNA CLASE DE ECUACIONES DIFERENCIALES POLINOMIALES EN EL PLANO.

Marc Carbonell (1) y Jaume Llibre (2)

(1) Departament de Matemàtiques i Informàtica, Universitat de les Illes Balears.

(2) Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona.

ABSTRACT: We study the existence and unicity of limit cycles for certain systems of differential equations which verify some geometrical hypothesis about an infinite set of finite or infinite critical points. Furthermore, we indicate how to construct the phase portrait of such systems.

CLASIFICACION AMS (1980) : 34C05

Consideremos la siguiente familia de sistemas,

$$(1) \dot{x} = ax - y + P_n(x,y), \quad \dot{y} = x + ay + Q_n(x,y)$$

donde $a \in \mathbb{R}$, y P_n y Q_n son polinomios homogéneos de grado n , con $n \geq 2$. Esta familia de sistemas y otras análogas han sido estudiadas anteriormente por Cherkas (Ch), Lins (Li), Lloyd (L1), Gasull, Llibre, Sotomayor (GLS), Coll, Gasull, Llibre (CGL), etc. Claramente para esta familia de sistemas el origen es un foco o un centro lineal.

La expresión de (1) en coordenadas polares es,

$$(2) \dot{r} = ar + r^n f(\theta), \quad \dot{\theta} = 1 + r^{n-1} g(\theta),$$

con $f(\theta) = \cos\theta P_n(\cos\theta, \sin\theta) + \sin\theta Q_n(\cos\theta, \sin\theta)$, $g(\theta) = \cos\theta Q_n(\cos\theta, \sin\theta) - \sin\theta P_n(\cos\theta, \sin\theta)$. Si consideramos ahora la siguiente transformación,

$$(3) p = r^{n-1}/(1 + r^{n-1} g(\theta)), \quad \theta = \theta$$