

Configurations of zeroes of analytic functions

Magdalena CAUBERGH

Limburgs Universitair Centrum, 3590 Diepenbeek, Belgique
E-mail: magdalena.caubergh@luc.ac.be

(Reçu le 11 juin 2001, accepté le 25 juin 2001)

Abstract. The paper deals with analytic families of functions $(f_\lambda)_\lambda$ with $f_{\lambda_0} \equiv 0$. We want to investigate what kind of configurations of zeroes can arise from a given non-isolated zero of f_λ , with λ close to λ_0 . This investigation can be reduced to the study of all 1-parameter subfamilies, which are induced from $(f_\lambda)_\lambda$ by analytic curves through λ_0 . Finally, we give an application of this result in the theory of dynamical systems. © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

Configurations des zéros des fonctions analytiques

Résumé. On considère tout d'abord une famille analytique de fonctions $f_\lambda : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ où $\lambda \in \mathbb{R}^p$ et $f_{\lambda_0} \equiv 0$. On s'intéresse aux configurations possibles des zéros de f_λ , pour λ près de λ_0 . Cette étude peut être réduite à l'étude des configurations des zéros dans toutes les sous-familles de la forme $(f_{\lambda(\varepsilon)})$, où $\lambda(\varepsilon)$ est un arc analytique passant par λ_0 . On donne ensuite une application de ce résultat à la théorie des systèmes dynamiques. © 2001 Académie des sciences/Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

Version française abrégée

On considère en premier lieu, une famille de fonctions analytiques réelles, notée $(f_\lambda)_\lambda$, où f_{λ_0} est identiquement zéro. On étudie des zéros de f_λ au voisinage d'un certain point s_0 , en fonction des valeurs du paramètre λ au voisinage de λ_0 . Dans cette Note, on introduit tout d'abord la notion de configuration. Si f_λ a exactement n zéros $\xi_1 < \dots < \xi_n$ dans $I =]s_0 - M, s_0 + M[$, on dit que le paramètre λ engendre la configuration $(n, m_1, \dots, m_n)$ dans I , où m_i représente la multiplicité de ξ_i . Si la fonction f_λ n'a pas de zéros ou est identiquement nulle dans I , on dira que la valeur du paramètre correspondante engendre respectivement la configuration 0 ou ∞ dans I . L'ensemble des paramètres qui engendrent tous la même configuration est sous-analytique (proposition 1). Les seules configurations présentant un intérêt sont celles qui existent dans tous les voisinages de s_0 assez petits et pour λ proche de λ_0 . Étant donné une telle configuration $(n, m_1, \dots, m_n)$, il y a un arc analytique ζ dans l'espace de paramètres et des fonctions analytiques $\xi_1, \dots, \xi_n$ tels que $\xi_1(\varepsilon), \dots, \xi_n(\varepsilon)$ représentent les zéros de $\delta_\zeta(\varepsilon)$ avec multiplicités $m_1, \dots, m_n$, vérifiant $\zeta(0) = \lambda_0, \xi_i(0) = s_0$. Ce résultat est donné dans le théorème 1. Ce théorème est une

Note présentée par Étienne GHYS.