INTEGRABILIDAD DE CAMPOS VECTORIALES CUASI-HOMOGENEOS EN EL PLANO

J. Chavarriga, I. García y J. Giné

Departament de Matemàtica.
Universitat de Lleida.
Pl. Víctor Siurana, 1. 25003. Lleida.

El objetivo de este trabajo consiste en determinar los casos de integrabilidad de sistemas de ecuaciones diferenciales en el plano de la forma $\dot{x} = -y^{2p-1} + X_2(x, y)$, $\dot{y} = x^{2q-1} + Y_2(x, y)$, siendo $X_2(x, y)$ y $Y_2(x, y)$ polinomios (p, q) cuasi-homogéneos de grados $2pq - q + 1$ y $2pq - p + 1$ respectivamente.

1 INTRODUCCIÓN

Se dice que un polinomio $X(x, y)$ es (p, q) *cuasi-homogéneo de grado r* , siendo $p, q, r \in \mathbb{N}$, si verifica la siguiente propiedad

$$X(\lambda^p x, \lambda^q y) = \lambda^r X(x, y) \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}.$$

En el caso particular $p = q = 1$ la definición anterior coincide con la definición usual de polinomio homogéneo de grado r .

Consideramos los sistemas bidimensionales autónomos de ecuaciones diferenciales de la forma

$$\dot{x} = X_n(x, y) + X_m(x, y), \quad \dot{y} = Y_n(x, y) + Y_m(x, y) \quad (1)$$

donde $X_k(x, y)$, $Y_k(x, y)$ son polinomios (p, q) cuasi-homogéneos de grados respectivos $k - q + 2pq - 1$ y $k - p + 2pq - 1$ con $m > n$, siendo $k = \{n, m\}$. Estos sistemas fueron estudiados por primera vez en el caso $X_m(x, y) = Y_m(x, y) \equiv 0$ por Liapunov [Li].