ACTAS IX CEDYA
Valladolid 1986, pp. 259-261

UN TEOREMA GLOBAL SOBRE LOS INDICES DE LAS SINGULARIDADES DE UN CAMPO POLINOMIAL EN EL PLANO

Jaume Llibre y Anna Cima

Departamento de Matemáticas, Facultad de Ciencias y
Departamento de Teoría e Historia Económica, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales,
Universidad Autónoma de Barcelona, 08193 BELLATERRA (Barcelona)

ABSTRACT: A polynomial system in the plane $X=(P,Q)$ induces an analytic vector field $P(X)$ on the sphere $S^2 \subset R^3$, for which the equator is invariant by the flow $P(X)$, and a neighborhood of the equator corresponds to a neighborhood of infinity in R^2. The directions in which the orbits of X return or go at infinity determine the singularities of $P(X)$ on the equator. A detailed study of these singularities let us bound the sum of the indices of them, and throught the Poincaré-Hopf's Theorem we bound the sum of the indices of the singularities of X.

CLASIFICACION AMS (1980): 34C05

El teorema de Poincaré-Hopf nos permite afirmar que si tenemos un campo diferenciable definido en una variedad compacta que tiene todos sus ceros aislados, entonces la suma de los índices de las singularidades es independiente del campo y es igual a la característica de Euler-Poincaré de la variedad.

Si la variedad no es compacta, en general la suma de los índices dependerá del campo y además, algunas veces, puede ser infinito.

En este trabajo nos ocupamos de acotar el número i igual a la suma de los índices de las singularidades de un campo $X=(P,Q)$ definido sobre R^2 con componentes P,Q polinomiales, tal que tenga todos sus ceros aislados, en función de los grados de P y Q.

Es sabido que si $X=(P,Q)$ es un campo polinomial definido sobre R^2, lepodemos asociar un campo $P(X)$ analítico sobre S^2. El comportamiento de $P(X)$ cerca del ecuador de la esfera S^2 nos describe el comportamiento de X en el infinito. El campo $P(X)$ se llama la compactificación de Poincaré de X.

El resultado a que llegamos es el siguiente:

TEOREMA: Si $X=(P,Q)$ es un campo polinomial definido sobre R^2 de grado $n=\max(gr(P),gr(Q))$ tal que $P(X)$ tiene todas sus singularidades aisladas, entonces,

$$-n \leq i \leq n$$