

Leonardo Pereira Costa da Cruz

**Ciclos Limite em Sistemas Lineares
por Partes Apresentando dois
Focos Virtuais**

Abstract

In this work we study planar piecewise linear systems in two zones. A straight line through the origin separates the plane into two zones. In each zone we consider a linear system, not necessarily with singularity at the origin. This class system has twelve parameters. The main reference for this work is the paper [1] E. Freire, E. Ponce and F. Torres. Using an appropriate change of coordinates, the particular focus-focus case is reduced to just five parameters. The main goal is to characterize the number of limit cycles in terms of the five parameters of the system. The main technique used for the study is the Poincaré first return map. For the case where the system has no sliding on the line of separation the conclusion is that the system has at most one limit cycle. For the case with sliding motion, and considering that the foci are virtual, the conclusion is that the system has at most two limit cycles.

Sumário

Introdução	11
1 Conceitos Preliminares	12
1.1 Sistema planar suave por partes e conjuntos de Filippov	12
1.2 Forma canônica e resultados geral dos sistemas PSP	16
1.3 Caso foco-foco sem pontos de equilíbrio nos semi-planos	24
2 Aplicação de Poincaré e a Solução Explícita do Sistema	26
2.1 Aplicação de Poincaré:	26
3 Análise da Aplicação de Poincaré e Seus Resultados	46
3.1 Resultados auxiliares	46
3.2 Órbitas periódicas transversais sem conjunto de deslize:	50
3.3 Órbitas periódicas transversais com conjunto de deslize:	57
3.4 Comentário final	72
Bibliografia	74

Introdução

Estudar a existência e número de ciclos limite é um dos principais problemas na teoria qualitativa de equações diferenciais planares[4], esses problemas permanecem considerando os sistemas planares suaves por partes, usado muitas das vezes para modelar uma grande variedade de sistemas físicos, dispositivos tecnológicos. Tanto a engenharia quanto as ciências aplicadas têm dado uma atenção considerável para essa classe de sistemas nos últimos anos [7-10]. O caso de sistemas planares suaves por partes contínuo com duas regiões separadas por uma linha reta é a mais simples possível configuração em sistemas suaves por partes. Essa família de sistemas foi estudada em um trabalho anterior [5], onde, em particular, foi estabelecida a existência de no máximo um ciclo limite. Como mencionado no recente trabalho de Huan e Yang [6], o estudo dos sistemas planares suaves por partes descontínuo é uma tarefa difícil, devido à falta de uma forma canônica que possa lidar com uma classe suficientemente ampla de sistemas, em contraste com o que pode ser feito para o caso contínuo. De fato, apenas os casos muito particulares são cuidadosamente analisados na literatura disponível. Por exemplo, em [11], os dois sistemas em ambos os lados da descontinuidade são lineares simultaneamente em forma canônica Jordan real do tipo foco, o que é uma situação não genérica; em [6], os dois sistemas lineares envolvidos compartilham o mesmo ponto de equilíbrio; em [12], foram considerados apenas sistemas de Liénard sem pontos de equilíbrios real e sem conjunto de deslize; em [13], foi estudado o caso sela-sela, apresenta casos em que existem pelo menos dois ciclos limite e é provada em algumas regiões de parâmetros onde existem dois ciclos limite; e em [14], investiga o número de ciclos limite para o caso nó-nó, particularmente, prova-se a existência de pelo menos dois ciclos limite e descreve-se algumas regiões de parâmetros onde existem exatamente dois ciclos limite.