Modelos matemáticos en ámbitos STEAM

Beatriz Álvarez Díaz, Laura Davila Pena, Érika Diz Pita, M.Victoria Otero Espinar
beatrizalvarez.diaz@usc.es, lauradavila.pena@usc.es, erikadiz.pita@usc.es, mvictoria.otero@usc.es
Facultad de Matemáticas (USC)

Núcleo temático: STEAM. Conexiones y Contextos; Divulgación Matemática.

Modalidad: Comunicación.

Nivel educativo: Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato.

Describe en 140 caracteres la propuesta del trabajo: Proyecto integral que presenta las matemáticas como parte fundamental para la formulación y resolución de problemas en ámbitos STEAM.

RESUMEN

Las matemáticas son una disciplina transversal que proporciona herramientas para el planteamiento y resolución de problemas de diversos ámbitos. Es importante acercar al alumnado nuevos conceptos matemáticos y, sobre todo, profundizar en sus aplicaciones. Adaptamos a los niveles de secundaria algunas de las ideas fundamentales de las ecuaciones diferenciales y en diferencias o la criptografía, y a través de ellos planteamos problemas y modelos matemáticos que puedan despertar el interés del alumnado así como mostrarles la relación de las matemáticas con otras disciplinas de las áreas STEM.

Estos contenidos se han incorporado con éxito a un proyecto dentro del programa “Campus Científicos de Verano” y se están planteando como líneas de trabajo para alumnos del Bachillerato STEM.

Palabras clave: STEM, ecuaciones en diferencias, modelos, criptografía.

1. Introducción

Las matemáticas están presentes en nuestra vida diaria sin que muchas veces seamos conscientes de ello. Además, son necesarias para modelizar muchas situaciones y problemas que proceden de otras disciplinas, particularmente de las áreas STEM.

Es importante que la aplicación de las matemáticas, así como su relación con otras ciencias, como la biología o la medicina, tenga presencia en las aulas de matemáticas de secundaria.

La modelización matemática es una herramienta que permite analizar fenómenos de la naturaleza e incluso hace posible sustituir experimentos de laboratorio por simulaciones con ordenador.

Es por ello que nos parece interesante acercar al alumnado de secundaria algunos de los conceptos fundamentales en los que se apoyan ciertos modelos matemáticos sencillos, en un intento de motivar su gusto por las matemáticas.

Se pretenderá, por ejemplo, que el alumnado trabaje algunos conceptos matemáticos como sucesión, límite o ecuación en diferencias, que sirven para afianzar y completar aspectos curriculares, correspondientes a los temarios de 4º de ESO y 1º de Bachillerato, ver en [3].

Como uno de nuestros objetivos principales es mostrar la relación entre las matemáticas y otras disciplinas STEM, será importante potenciar el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC). Por ejemplo, resultarán fundamentales para la resolución de ecuaciones en diferencias y diferenciales, que los alumnos no podrían resolver por si mismos a ese nivel, o para la representación de gráficas que faciliten la comprensión e interpretación de los resultados.

En nuestro caso planteamos el uso del software de cálculo simbólico MAPLE y MATLAB, aunque se podrían adaptar los programas utilizados a cualquier otro software libre.

Al mismo tiempo que intentamos dar una visión más amplia de las matemáticas, planteamos una forma de trabajo que nos ayude a conseguir una mayor autonomía por parte del alumnado, potenciando un aprendizaje significativo de los conceptos trabajados y una aplicación de los mismos a problemas reales y actuales, sobre todo relativos al campo de la salud y biológicos.

En este sentido, como comentaremos más adelante, resulta interesante que el aprendizaje de estos conceptos y técnicas termine con la exposición por parte de los alumnos del trabajo elaborado. Esto contribuye notablemente a la adquisición de las competencias básicas, fundamentalmente la comunicación lingüística y oratoria.

En cuanto a la puesta en práctica, parte de los contenidos que expondremos a continuación han sido empleados ya en el proyecto Campus Científicos de Verano, y se están planteando propuestas de trabajo sobre estos temas para alumnos del programa de Bachillerato STEM.

2. Fundamentación teórica

2.1 Modelos matemáticos

Uno de los objetivos es transmitir a los alumnos la idea de qué es un modelo matemático, una expresión que probablemente hayan escuchado, así como algunos ejemplos extraídos de diversas áreas STEM. Un modelo matemático nos permite describir teóricamente, mediante herramientas matemáticas, un objeto o proceso que existe en la realidad. Es importante destacar que los modelos no son exactos y tienen siempre una parte de idealización y simplificación, sobre todo en los casos que nosotros trataremos.

En cuanto a ejemplos, podemos encontrarlos de naturaleza muy diversa. Una de las situaciones que suelen identificar fácilmente con un modelo matemático es el de la predicción meteorológica. Mediante algunas imágenes, podemos mostrarles cómo modelos matemáticos (bastante complejos) pueden permitirnos obtener, por ejemplo, las presiones soportadas por las distintas zonas de un avión o un automóvil. Este tipo de modelos son más complejos y no profundizaremos en los detalles, sin embargo, nos permiten que los alumnos vayan adquiriendo algunas ideas de para qué nos pueden servir las matemáticas.

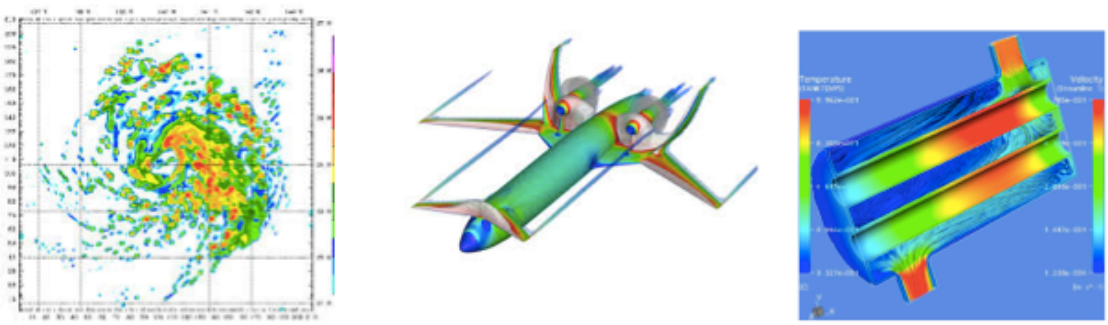

Imagen 1. Ejemplos de modelización matemática.

Por otra parte, podemos sugerirles que piensen en qué otras cosas de nuestra vida diaria, que tal vez les resulten más cercanas, podrían emplearse modelos matemáticos para resolver algún problema. Por ejemplo, en el ámbito de ciencias de la salud, cómo podemos saber cuál va a ser la evolución del número de personas infectadas por una enfermedad, o cómo calcular cuál es la dosificación correcta de un determinado medicamento.

Para describir matemáticamente todas estas situaciones es necesario, por una parte, conocer las leyes o patrones que rigen en la realidad el problema que vayamos a estudiar, y por otra, disponer de los conceptos o herramientas matemáticas que nos permitan expresar esas leyes. Con esta motivación podemos comenzar a introducirles algunos conceptos importantes, plantearles algunas preguntas, y debatir sobre la idea que tienen de ellos.

- **Funciones:** ¿Qué son las funciones? ¿Para qué las han utilizado hasta ahora? ¿Pueden tener utilidad para formular modelos matemáticos?
- **Sucesiones:** ¿Qué es una sucesión? ¿Qué fenómenos de la realidad puede representar una sucesión?

- **Sistemas dinámicos:** Aunque no sea algo que han tratado dentro del aula, la idea que suele evocarles el propio nombre es cercana a la idea real que queremos transmitirles, un sistema dinámico es cualquier sistema que evoluciona con el tiempo. Los sistemas dinámicos son un tipo especial de modelos matemáticos.

2.2 Ecuaciones en diferencias

Para irnos aproximando al objetivo de formular matemáticamente algunos modelos, un buen punto de partida puede ser el siguiente problema:

Tenemos una colonia de bacterias, donde cada una de ellas se reproduce asexualmente, dividiéndose en dos bacterias después de la duplicación de su material genético. Suponemos que esta división se produce cada hora. Si tenemos una población inicial de 100 bacterias, ¿cuál será el número de bacterias pasadas 4 horas? ¿y pasadas k horas?

Este es un problema sencillo y lo que pretendemos es que, al margen de darnos un resultado, los alumnos entiendan que lo que nos importa es el modelo que han elegido; es decir, cómo lo plantean y formulan la expresión que les permitirá predecir cuántas bacterias va a haber en un instante futuro *k*. La población de bacterias en un instante dependerá de la población en el instante anterior, y esta idea general de dependencia se formaliza a través de las ecuaciones en diferencias.

Una ecuación en diferencias es una ecuación de la forma $x_{k+1} = f(x_k)$, siendo k un instante de tiempo, es decir, un número natural. Llamamos solución de la ecuación en diferencias a la sucesión x_1, x_2, x_3 ... Es decir, a los diferentes valores que va tomando, por ejemplo, el número de bacterias en la población.

Una observación importante a la hora de trabajar con este tipo de ecuaciones es que la solución dependerá de la condición inicial, esto es, del primer término de la sucesión. En el ejemplo anterior, dicha condición inicial se corresponde con el número de bacterias al principio del experimento. Así podríamos tratar de obtener una fórmula general que nos permita calcular cualquier término a partir del valor inicial. De nuevo en nuestro ejemplo, el número de bacterias que tenemos en el instante k que queramos.

Para mostrar más aplicaciones de las ecuaciones en diferencias podemos recurrir también al problema de los conejos de Fibonacci, relacionado con el número áureo.

2.3 Ecuaciones diferenciales

En la actualidad, una de las herramientas esenciales y más utilizadas a la hora de modelizar todo tipo de procesos son las ecuaciones diferenciales. Para introducirlas, es necesario que los alumnos conozcan previamente la noción de derivada. En nuestras experiencias previas hemos trabajado con alumnado de ambos tipos: los que estaban familiarizados con las derivadas y los que no. En este último caso es preciso presentarles, al menos intuitivamente, este nuevo concepto. Para ello recurrimos tanto a la interpretación geométrica de la derivada como pendiente de la recta tangente, como a la idea de cambio o variación que representan las derivadas. Conceptualmente una derivada no es más que eso, una forma de medir un cambio o una variación.

Un ejemplo que suele ayudar a la comprensión de la derivada es pensar en la velocidad de un móvil, por ejemplo un coche, que se mueve con un movimiento rectilíneo uniforme (MRU). Con este concepto los estudiantes suelen estar más familiarizados, ya que es un está presente en el currículo de física desde 3º de ESO, véase [3]. La velocidad, que en general se define como un límite, en el movimiento rectilíneo uniforme no es más que la distancia que recorremos en relación con el tiempo que empleamos, es decir, la podemos obtener dividiendo la diferencia de las posiciones en dos instantes entre el tiempo que nos ha llevado recorrer ese espacio.

A fin de introducir el concepto de ecuación diferencial se propone que busquen y reflexionen sobre funciones sencillas cuya derivada sea nula o constante, por ejemplo. De hecho una muestra de esto último es el ya citado movimiento rectilíneo uniforme: la derivada de la posición es la velocidad, que es constante por definición de MRU. Una vez que conocen el concepto de derivada, se puede introducir formalmente su definición y algunas propiedades.

Las ecuaciones diferenciales que nosotros trataremos, las de primer orden, son ecuaciones de la forma $x'(t) = f(x(t))$. Es decir, una expresión que relaciona una determinada función x con su derivada x', y a partir de la cual tenemos que averiguar dicha función. Si bien es cierto que algunas de estas ecuaciones se pueden resolver fácilmente, como en el caso de los ejemplos anteriores, en la mayoría es muy difícil o imposible obtener la solución. Llegados a este punto, es preciso introducir software matemático que permita a los alumnos resolver una mayor variedad de ecuaciones diferenciales. La resolución a través de estos programas es sencilla y no requiere de conocimientos informáticos avanzados.

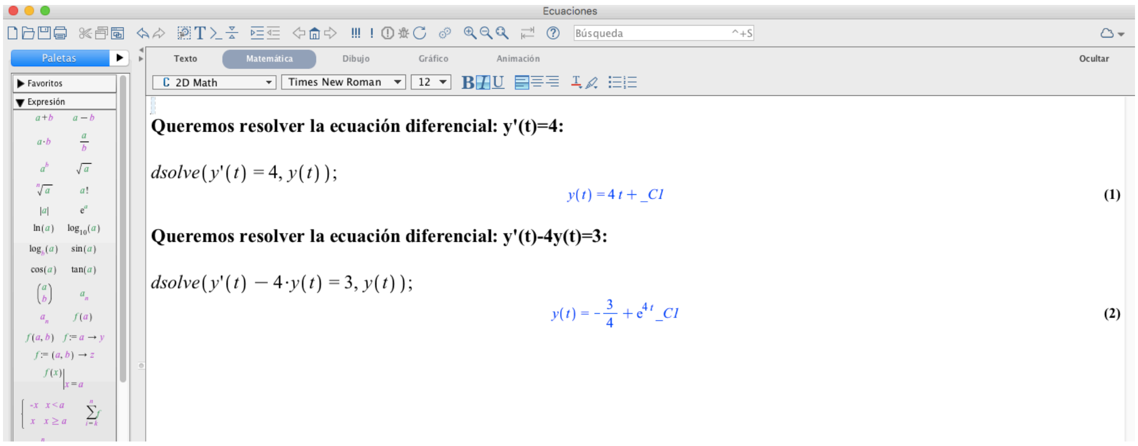

Imagen 2. Resolución de ecuaciones diferenciales en Maple.

2.4 Criptografía

Las cuestiones relacionadas con la criptografía suelen resultar atractivas para los alumnos, pues la elaboración de mensajes ocultos es algo que despierta su curiosidad. Resulta conveniente comenzar realizando una introducción histórica a la criptografía, para después explicar distintos tipos de cifrados y cómo han ido evolucionando, relacionándolos con importantes acontecimientos históricos, como fue por ejemplo la victoria del bando de los Aliados en la Segunda Guerra Mundial. Un recurso que hemos utilizado con frecuencia como motivación es el tráiler de la conocida película “Descifrando Enigma”, que puede verse en [4].

En general existen dos conceptos antagónicos que básicamente conforman lo que se conoce como criptología: la criptografía y el criptoanálisis. La criptografía es la ciencia que estudia métodos de codificación de mensajes, buscando que estos solo puedan ser entendidos por personas autorizadas. Al contrario, el criptoanálisis es la disciplina que estudia cómo “romper” esos códigos de cifrado, es decir, como conseguir obtener de los mensajes cifrados los originales sin necesidad de estar autorizado para ello.

Históricamente ambas han evolucionado de la mano: a medida que los criptoanalistas conseguían descifrar códigos, los criptógrafos han ido desarrollando sistemas de cifrado más y más robustos. Algunos de los primeros métodos que surgen en la historia de la criptografía pueden explicarse sin mucha dificultad, como por ejemplo el cifrado César y el cifrado Vigenère.

El cifrado César, que recibe este nombre en honor al famoso emperador romano Julio César (s. I a.C.), es el sistema de cifrado más sencillo conocido. Es un tipo de cifrado en el que cada letra en el texto original es reemplazada por otra que se encuentra un número fijo de posiciones más adelante en el alfabeto. Dicho número es lo que se conoce como clave.

Después de debatir con ellos sobre posibles mejoras que se podrían aplicar a este sistema de cifrado, dejando que tomen el papel de criptoanalistas por un momento, introduciremos el cifrado Vigenère (s. XIX), que se consideró durante mucho tiempo como un método irrompible.

Este sistema es una mejora natural del cifrado César. En este caso, en lugar de tener una clave fija que suponga un desplazamiento para todas las letras del mensaje, se considera una clave vectorial (una secuencia de números o letras) de modo que para codificar la primera letra se usa la primera componente de la clave (dada por una cifra o letra) y así sucesivamente hasta terminar con la longitud de la clave. A continuación se vuelve a cifrar utilizando la primera componente de la misma hasta terminar el mensaje. Esto aumenta su eficacia significativamente, ya que ahora una misma letra en el mensaje cifrado puede proceder de letras distintas en el original; análogamente, una misma letra en el mensaje original puede corresponder a letras distintas en el mensaje cifrado.

De nuevo se propone trabajar con los ejemplos anteriores, analizando las dificultades que surgen en este caso para descifrar los mensajes y las diferencias con el sistema de cifrado precedente. Si bien es cierto que hoy en día existen métodos de cifrado mucho más seguros, estos son más complejos y difíciles de explicar en niveles de secundaria.

3. Propuestas de trabajo

En la siguiente sección daremos una serie de propuestas concretas en las que aplicar todo el contenido teórico antes explicado. La idea es de nuevo buscar ejemplos del ámbito STEM con los que los estudiantes puedan desarrollar distintas habilidades: trabajo en un tema multidisplinar, búsqueda de información sobre diversos temas, trabajo en equipo, comunicación en público…

3.1 Modelos de población

Algunos de los ejemplos particulares de modelos de poblaciones que proponemos tratar son el modelo exponencial o de Malthus, y el modelo logístico o de Verhulst. El primero de ellos, el modelo de Malthus, es uno de los primeros modelos de poblaciones que se conoce, y por ello es un modelo sencillo e intuitivo que resulta fácil de explicar en el aula. El segundo es una versión mejorada del primero, lo que permitirá explicar cómo los modelos matemáticos se van perfeccionando con el tiempo dejando paso a modelos cada vez más complejos.

El modelo exponencial es propuesto por primera vez por Malthus en 1798, y se puede formular en su versión continua o discreta. En el caso discreto tendremos, para cada instante k de tiempo, un número de individuos concreto X_k. La idea en la que se basa el modelo es simple: los cambios en la población dependen del número de nacimientos y muertes. A partir de esto se formula una ecuación en diferencias, como las que hemos mencionado antes, de la forma $X_{k+1} = X_k + aX_k - bX_k$, y cuyo significado es que el número de individuos en un instante es la cantidad que teníamos en el instante anterior (X_k) añadiendo los nacimientos (aX_k) y descontando las muertes (bX_k). En este modelo se considera que tanto los nacimientos como las muertes son proporcionales a la población.

Si definimos una constante $C = 1 + a - b$, esta determinará el comportamiento. Si C es mayor que 1 la población crece indefinidamente, debido a que no se tienen en cuenta las limitaciones del medio. Si C es menor que 1, la población se extingue. Si C es igual a 1 la población permanece constante en todas las generaciones.

En el caso continuo se tiene una ecuación diferencial de la forma $x'(t) = r\,x(t)$, cuya solución es $x(t) = Ae^{rt}$, con A un número real que representa la población inicial. Esta solución muestra dos posibles comportamientos: si r es positivo, la población crece indefinidamente, y si r es negativo la población se extingue. En el caso en que r sea cero, la población permanece constante.

Ambas versiones de este modelo presentan el mismo problema, y es que no se consigue un comportamiento totalmente realista. Es más, bajo las suposiciones que hacía, Malthus predijo que llegaría un punto en el que la población existente superaría el nivel de individuos capaz de subsistir con los recursos del ecosistema. Esto llevó a Malthus a pronosticar la extinción de la especie humana para el año 1880.

El modelo logístico o de Verhulst mejora el modelo anterior en el sentido de que se restringe el crecimiento de la población al tener en cuenta la capacidad de carga del medio. Se conoce como capacidad de carga a la cantidad de individuos que, por sus características, el medio puede soportar. En ello influyen, por ejemplo, la cantidad de alimentos o el clima.

La ecuación diferencial propuesta en este caso es de la forma de la anterior, añadiendo un término que provoque el siguiente efecto: cuando la población está cerca de la capacidad de carga, el crecimiento de la población disminuye; mientras que cuando esta cantidad está lejos de la capacidad de carga del medio, la población aumenta más rápidamente.

Para la versión discreta del modelo logístico se obtienen comportamientos más complejos, y dependiendo de los parámetros se puede llegar a tener dinámicas caóticas. Debido a su mayor complejidad este tema podría tratarse por separado, constituyendo una nueva línea de trabajo.

3.2 Modelos de competición

Presentaremos ahora un modelo poblacional en el que intervienen dos tipos de mosquitos, unos transmisores de una cierta enfermedad (dengue, Zika, malaria…) y otros transgénicos, que han sido modificados genéticamente para evitar la transmisión de la enfermedad.

En nuestro modelo tendremos entonces dos poblaciones: los mosquitos autóctonos, que son los que transmiten la enfermedad y los mosquitos transgénicos.

La evolución de cada una de las poblaciones vendrá marcada por una ecuación en la que se multiplica una función que representa la fertilidad, otra que representa la supervivencia y finalmente el número de individuos de la población correspondiente.

La fertilidad es el número medio de hijos que produce un mosquito (hembra), y será siempre un valor mayor o igual que uno, pues supondremos que se trata de una especie muy invasora. Por otra parte, la supervivencia es el porcentaje de mosquitos que llegan a una edad madura. Como es una función que representa una probabilidad, tomará siempre valores entre 0 y 1.

Ambas poblaciones interaccionan entre sí y, por tanto, una población influirá en las funciones de supervivencia y fertilidad de la otra. Esta es la mayor complicación de nuestro problema.

Para simplificar el modelo matemático, suponemos que los mosquitos transgénicos no tienen mejores características físicas, son idénticos a los autóctonos y, por tanto, la tasa de supervivencia es idéntica para ambas poblaciones.

La función de supervivencia que vamos a considerar viene definida por la función exponencial. Bill Ricker (s. XX) probó experimentalmente que dicha función se ajustaba correctamente a la supervivencia de determinadas poblaciones.

Para explicar la función de fertilidad tenemos que tener en cuenta diferentes conceptos previos como la regla de Laplace, que sirve para calcular la probabilidad de elegir un mosquito de un tipo determinado entre el total.

Si suponemos que el número de encuentros por unidad de tiempo e individuo, es constante, y tenemos en cuenta las leyes de Mendel, que son conocidas por los alumnos dado de que se estudian en Biología, ver [5], se obtienen unas constantes, relacionadas con el tipo de descendencia que generan los encuentros entre distintos tipos de mosquitos. Aunque de los cruces entre dos mosquitos autóctonos pueden nacer en principio mosquitos transgénicos, supondremos que estos no van a alcanzar la edad adulta debido a problemas genéticos. Lo mismo puede decirse de los cruces entre mosquitos transgénicos y descendientes autóctonos.

Consideraremos por tanto que del cruce entre mosquitos autóctonos se obtienen solo mosquitos autóctonos; análogamente para los mosquitos transgénicos. Sin embargo, del cruce entre mosquitos autóctonos y mosquitos transgénicos pueden nacer tanto mosquitos autóctonos, como mosquitos transgénicos.

Si esas constantes las multiplicamos por el número de encuentros por unidad de tiempo e individuo, obtenemos unas nuevas que estarán presentes en el modelo final. A partir de estas consideraciones se obtiene un sistema de ecuaciones en diferencias, cuya solución serán dos sucesiones.

Uno de los elementos clave en este punto es el uso del software matemático Matlab. Empleamos esta herramienta para realizar los cálculos necesarios en el modelo y para estimar el estado de la población después de que hayan pasado un número determinado de generaciones. La representación gráfica de este estado de la población permite que los alumnos comprendan más intuitivamente los diferentes tipos de comportamiento que puede mostrar el sistema. Pueden observar que, en función de la cantidad inicial de mosquitos transgénicos, el resultado final puede ser la extinción de los mosquitos transmisores de la enfermedad o la extinción de los mosquitos transgénicos. Todas las constantes que aparecen en el modelo han sido fijadas en base a criterios experimentales, así como el número de mosquitos autóctonos. De este modo, lo único que tienen que modificar los alumnos es el número de mosquitos transgénicos inicial.

Si nuestro objetivo fuese lograr la extinción de los mosquitos transmisores del virus, la actividad que se propondría a los alumnos sería obtener, mediante la experimentación con los programas informáticos, el menor número posible de mosquitos transgénicos que habría que liberar para conseguir la extinción de los autóctonos, dejando un margen de error razonable puesto que el modelo no es exacto. Esto se justifica también debido a que la creación de estos mosquitos tendría un coste, y, en una posible aplicación real, se buscaría minimizar los gastos.

Se puede ver en las gráficas siguientes como si tenemos una población con 6000 mosquitos transmisores de la enfermedad o autóctonos, soltar 4500 mosquitos transgénicos no sería suficiente, ya que con esa cantidad prevalecería la población de mosquitos autóctonos. Sin embargo, con un mosquito más, la situación se invierte y la población que se extingue sería la de mosquitos autóctonos.

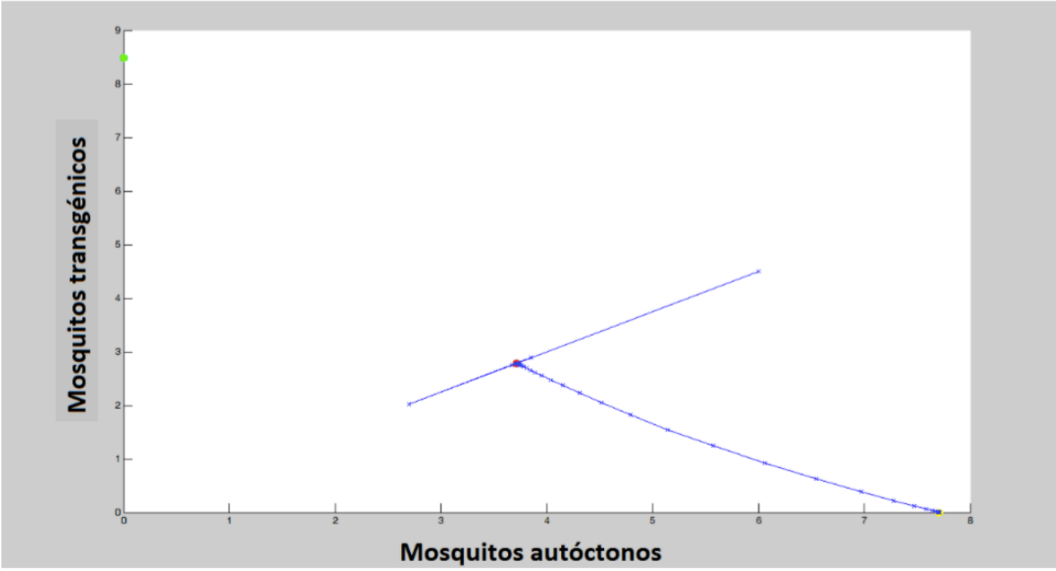

Imagen 3. Evolución de la población con 4500 mosquitos transgénicos.

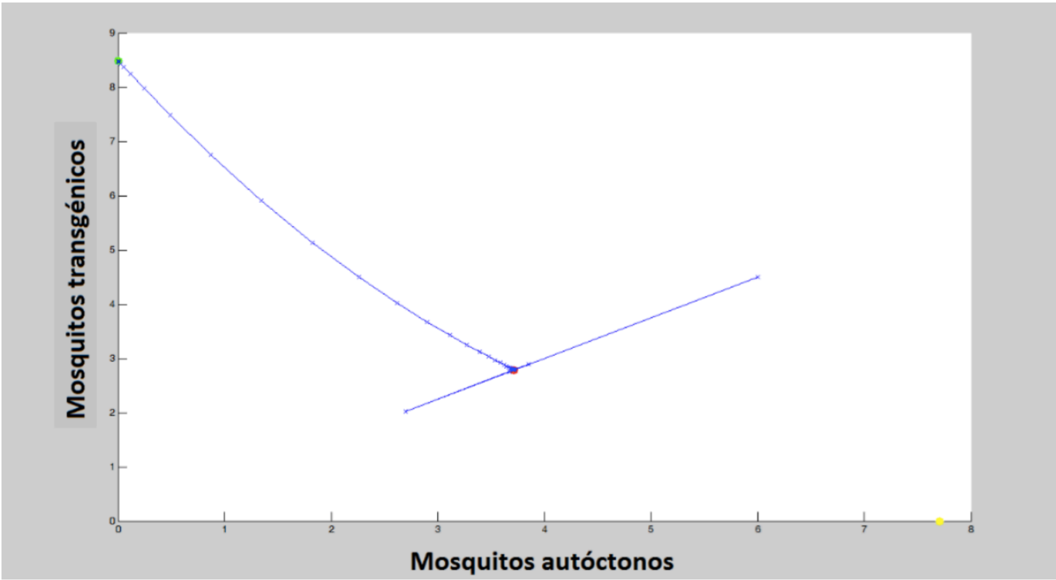

Imagen 4. Evolución de la población con 4501 mosquitos transgénicos.

Esta última afirmación nos permite hacer reflexionar a los estudiantes sobre algo que ya hemos comentado con anterioridad: los modelos matemáticos no son siempre exactos. Claramente, un mosquito más o menos no tendría por qué influir en el resultado final, al contrario de lo que ilustran las gráficas. Siempre debemos de tener en cuenta un margen de error por esa inexactitud de los modelos, de forma que la mejor solución sería soltar cierta cantidad más de mosquitos, para asegurarse del éxito del experimento.

3.3 Cifrado de mensajes

Tras explicarles a los alumnos los conceptos básicos de criptografía y los sistemas de cifrado mencionados en la sección anterior, puede proponérseles que se envíen entre ellos mensajes cifrados y traten de descifrarlos. Se ponen así de manifiesto las debilidades de estos sistemas y la necesidad de buscar un tipo de cifrado más seguro. Una actividad interesante sería instarlos a crear sus propios sistemas de cifrado dejando al profesor y compañeros el papel de criptoanalistas.

En esta disciplina hay ocasiones en las que, aún siendo los conceptos a explicar asequibles, los cálculos a realizar resultan demasiado tediosos. Es por ello que las actividades de criptografía son además un buen pretexto para el uso de las TIC. Por ejemplo, pueden proporcionárseles a los alumnos programas elaborados por el profesorado en el software Maple, en los cuales, una vez introducida la clave y el mensaje cifrado, pueden obtener de forma inmediata el mensaje original. Esto se consigue aplicando a través del programa los mismos métodos que ellos empleaban manualmente, lo cual reduce de forma considerable el tiempo de descifrado.

Esta experiencia les permite también comprobar de primera mano cómo el desarrollo de ordenadores cada vez más potentes ha favorecido el trabajo de los criptoanalistas, haciendo cada vez más difícil encontrar un sistema de cifrado inquebrantable.

4. Experiencias y proyectos

A partir de los contenidos presentados en la sección 2, y las propuestas de trabajo y modelos de la sección 3, pueden plantearse proyectos de muy distinto tipo, duración y organización. A continuación exponemos dos de ellas: una que se ha llevado a la práctica durante años y otra que estamos planteando de cara al próximo curso.

4.1 Campus Científicos

Muchos de los contenidos descritos anteriormente han sido utilizados dentro de un proyecto organizado por la FECYT, denominado "Campus Científicos de Verano", que ha tenido lugar en la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Santiago de Compostela los últimos 11 años. A lo largo de este tiempo el proyecto presentado a los alumnos ha ido sufriendo inevitables cambios, intentando mejorarse y adaptarse a los temas de actualidad, pero manteniendo siempre una misma línea general.

El proyecto se desarrolla durante el mes de julio, donde cada semana recibimos a un grupo de unos 8 alumnos procedentes de toda España, que son seleccionados mediante criterios académicos por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.

El alumnado procede de dos niveles educativos: de primero de Bachillerato las dos primeras semanas y de cuarto de ESO las dos últimas.
Debido a esta variabilidad, partimos de un proyecto común y vamos realizando las adaptaciones pertinentes, según el nivel de los estudiantes y sus conocimientos previos.

En este caso, se dispone únicamente de una semana para realizar el proyecto, dificultad que se ve compensada por el interés de los alumnos.

El problema principal que se trata en este proyecto es el estudio de competición entre las dos especies de mosquitos, presentado en la sección 3. Son necesarias nociones básicas de genética, probabilidad y sucesiones para lo cual realizamos, en función del nivel previo, una introducción más o menos profunda.

Además, se tratan otros problemas: la ley del enfriamiento de Newton, que requiere la resolución de una ecuación diferencial; algunos cifrados criptográficos y otros problemas matemáticos. Estos pueden ir variando en función de la evolución del proyecto y también de las posibles propuestas que realicen los alumnos.

Al finalizar la semana, los alumnos deben defender en una presentación el trabajo realizado. Con el objetivo de que resulte atractivo al público, se incluyen los anteriores problemas matemáticos en una historia relativa a una investigación policial en la que se pretende resolver un delito. Esto ayudará a que tanto los alumnos que exponen como los asistentes perciban el interés y la utilidad de las matemáticas en la vida real.

Durante el proceso de preparación de dicha exposición se fomentan dinámicas de trabajo en equipo. En concreto, y con el fin de evitar que cada miembro del grupo se limite a elaborar su parte, se propone a los alumnos ensayar conjuntamente y dar opiniones constructivas sobre el trabajo de sus compañeros. Esto provoca una sensación de coautoría, mejora la comunicación y el trabajo en equipo, y refleja una mayor implicación.

4.2 Bachillerato STEM

En el presente curso 2018-2019, un total de 14 centros educativos gallegos imparten por primera vez el STEMbach, Bachillerato de excelencia en Ciencias y Tecnología, creado al amparo de la Estrategia gallega para la educación digital, Edudixital 2020.

Consideramos que los contenidos y herramientas presentados resultan idóneos para complementar la formación de los alumnos que cursen esta nueva modalidad de Bachillerato, y que pueden servir como temas para el proyecto de investigación que deben presentar en colaboración con personal universitario.

En el apartado anterior, el material estaba adaptado para ser explicado en una semana, priorizando que los estudiantes comprendieran globalmente los conceptos sin llegar a profundizar en los detalles más delicados. Obviamente, el hecho de trasladarlo al STEMbach permite una explicación más pormenorizada de los contenidos. Estos podrían así presentarse de un modo más progresivo dando la posibilidad al alumno de trabajar ocasionalmente de forma autónoma.

Además, los conceptos propuestos son flexibles: como ya hemos comprobado en los Campus Científicos, se pueden explicar de manera elemental; pero también pueden dar lugar con el tiempo suficiente a trabajos de gran complejidad. Prueba de ello es que algunos de estos contenidos se estudian todavía en el Grado en Matemáticas.

Referencias

[1] C. Fernández Pérez, F. J. Vázquez Hernández, J.M. Vegas Montaner, (2003). Ecuaciones diferenciales y en diferencias. Ed. Thomson. Madrid (España).

[2] G. F. Simmons, (1999). Ecuaciones diferenciales con aplicaciones y notas históricas, 2º ed. , Madrid, McGraw-Hill, 1999.

[3] Ley orgánica 8/2013, de 9 de diciembre, para la mejora de la calidad educativa (LOMCE). BOE. Madrid. (España).