SOBRE EL NUMERO DE CICLOS LIMITE DE UNA ECUACION DE LIENARD GENERALIZADA

Armengol Gasull Embid

Secció de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona

Dado el sistema de ecuaciones diferenciales en $\mathbb{R}^2$

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{x} &= -y + P(x,y) \\ \dot{y} &= x + Q(x,y) \end{aligned}$$

en el cual P y Q son polinomios de grados p y q respectivamente, mayores o iguales que dos, y $l = \text{máx}(p,q)$, expondré el método de las constantes de Liapunov para determinar una cota inferior del número de ciclos límite que puede tener el sistema, alrededor del punto (0,0) en función de los polinomios P y Q.

Este método generaliza el de la función de Liapunov, que se utiliza para determinar la estabilidad del origen. Veamos en que consiste

Creamos una serie formal

$$F(x,y) = (x^2 + y^2)/2 + F_3 + F_4 + \ldots$$

en la cual F_i es un polinomio homogéneo de grado i. Entonces buscamos los coeficientes de estos F_i imponiendo que la derivada de F respecto del campo determinado por (1), $\dot{F}$ sea del tipo

$$\dot{F} = V_1(x^2+y^2)^2 + V_2(x^2+y^2)^3 + V_3(x^2+y^2)^4 + \ldots$$

Esto es posible [S], ya que la ecuación que obtenemos

$$F_x\dot{x} + F_y\dot{y} = (x+F_{3_x} + F_{4_x} + \ldots)(-y+P) + \\ +(y+F_{3_y} + F_{4_y} + \ldots)(x+Q) = \dot{F}$$

se reduce a sucesivos sistemas lineales, con incógnitas, los coeficientes de F, y estos o bien son compatibles determinados, o bien pueden resolverse escogiendo unas V_i adecuadas.