

De les equacions diferencials d'Abel al problema xvi de Hilbert

ARMENGOL GASULL I EMBID

Resum: L'estudi dels cicles límit dels sistemes polinomials d'equacions diferencials al pla ve motivat tant per la seva aparició en molts models matemàtics de la realitat com per la segona part del problema xvi de Hilbert. En aquest treball farem un breu recordatori d'aquest problema i veurem el paper important que fan les equacions diferencials d'Abel en aquest tema.

Paraules clau: òrbita periòdica, cicle límit, problema xvi de Hilbert, equació de Riccati, equació d'Abel.

Classificació MSC2010: 34C07, 34C25, 37C27.

1 Introducció

Les equacions diferencials (ED) polinomials al pla apareixen sovint com a models senzills de diversos fenòmens a la física, l'ecologia, la química, l'economia, la medicina... Vegem-ne uns quants exemples:

- Usant les lleis d'Ohm, Faraday i Kirchhoff es pot deduir que l'ED que modela l'estat d'un circuit RLC (resistència-boïna-condensador) és l'anomenada avui en dia equació de Van der Pol, estudiada per aquest matemàtic el 1927; vegeu [31, 48]. Aquesta equació en versió adimensionalitzada s'escriu $\ddot{x} + \mu(x^2 - 1)\dot{x} + x = 0$ o, equivalentment, com el sistema d'ED cúbiques al pla,

$$\dot{x} = y, \quad \dot{y} = -x - \mu(x^2 - 1)y,$$

on μ és un cert paràmetre positiu, x ens dona la intensitat del circuit i y el seu voltatge.