ALGORITMOS SENCILLOS PARA CALCULAR π

ARMENGOL GASULL

RESUMEN. Hay ciertas integrales definidas de funciones racionales que permiten demostrar con muy poco esfuerzo por ejemplo que $3 < \pi < 19/6$. En este trabajo veremos como, a partir de estas integrales y otras relacionadas, no es difícil encontrar varios algoritmos sencillos y rápidos para calcular el número π con la precisión deseada.

El punto de partida de este trabajo son estas dos bonitas igualdades

$$\int_0^1 \frac{2x(1-x)^2}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \pi - 3 \qquad \text{y} \qquad \int_0^1 \frac{2x^3(1-x)^2}{1+x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{19}{6} - \pi. \tag{1}$$

Como los dos integrandos son positivos, una primera consecuencia es que $3 < \pi < \frac{19}{6} = 3{,}1\widehat{6}$. La segunda igualdad nos permite también aproximar un poco mejor π. Veamos cómo: para $x \in [0,1]$,

$$x^3(1-x)^2 \le \frac{2x^3(1-x)^2}{1+x^2} \le 2x^3(1-x)^2.$$

Calculando, obtenemos que $\int_0^1 x^3(1-x)^2\,\mathrm{d}x = 1/60$. Por lo tanto,

$$3{,}1\widehat{3} = \frac{188}{60} = \frac{19}{6} - \frac{1}{30} < \pi < \frac{19}{6} - \frac{1}{60} = \frac{189}{60} = 3{,}15.$$

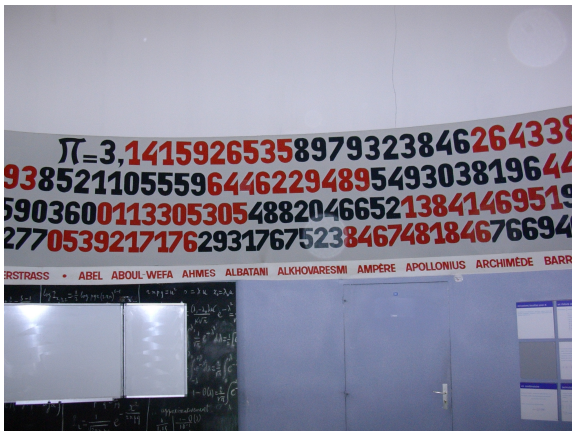

Figura 1. Número π en la cúpula del *Palais de la Découverte (1937)* de París.

gsd UAB grup de sistemes dinàmics http://www.gsd.uab.cat