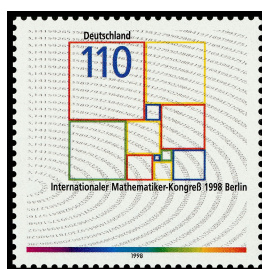


Integració de funcions racionals i π

Armengol Gasull

El número π denota el quocient entre la longitud d'una circumferència i el seu diàmetre i és indubtablement una de les constants matemàtiques més famosa i fascinant. Als científics els encanten les fórmules que involucren π , no només per la seva utilitat sinó per la seva estètica. Així, la fórmula preferida per a molts de nosaltres és $e^{\pi i} + 1 = 0$.

Sembla ser que el primer que va usar la lletra grega π per denotar aquest quocient va ser el matemàtic anglès William Oughtred (1574-1660). Es pensa que aquest nom prové de la paraula grega $\pi\epsilon\rho\imath\mu\epsilon\tau\rho\omicron\xi$ (perímetre) usada per Arquimedes per a designar la longitud de la circumferència. La notació es va consolidar a partir dels treballs de Leonhard Euler de 1737.



El punt de partida d'aquest treball són les dues igualtats següents

$$0 < \int_0^1 \frac{(3x^2 - 1)^2}{1 + x^2} dx = 4(\pi - 3), \quad 0 < \int_0^1 \frac{x^4(1 - x)^4}{1 + x^2} dx = \frac{22}{7} - \pi, \quad (1)$$

que, a part de demostrar que $3 < \pi < \frac{22}{7}$, de ben segur despertem certa curiositat al lector.