

Com integrar la geometria en els programes: doblegar paper i la teoria de nombres*

PETER HILTON I JEAN PEDERSEN

Introducció

Si l'estudi de la geometria ha de recuperar el lloc que li correspon en els programes preuniversitaris (i hi ha un cert consens que aquesta recuperació és urgent i vital), no creiem que la manera d'aconseguir-ho sigui seguir explicant-la com una disciplina independent i autònoma, amb problemes, mètodes i resultats propis, que es treballen sense fer cap referència a les altres assignatures de matemàtiques. La raó principal per voler enfortir l'ensenyament de la geometria és la d'estimular la imaginació i la intuïció espacial de l'estudiant i fer que aprengui a buscar pautes i a plantejar-se preguntes. Les respostes a aquestes preguntes són, molt sovint, de naturalesa algebraica més que no pas purament geomètrica, perquè la idea de l'àlgebra és més la de buscar estratègies sistemàtiques de resolució. Els arguments geomètrics a l'estil dels utilitzats en geometria euclidiana no són sistemàtics (certament, sembla que cada conjectura necessita un mètode propi de justificació o refutació), i no és estrany que els estudiants siguin incapaços de generar el corrent constant d'idees originals que demana aquest tipus de raonament sintètic.

És per això que hem estat insistint durant molts anys en la conveniència de presentar els problemes des d'un punt de vista geomètric i de fer-hi jugar àrees més familiars de les matemàtiques a l'hora de buscar solucions. Aquest article s'ha de veure com una contribució més a aquesta campanya. Discutirem aquí un procediment sistemàtic de doblegar o plegar paper que ens permetrà obtenir aproximacions arbitràriament bones a polígons regulars convexos de qualsevol nombre de costats. Com passa sovint, resulta que el procediment fa encara molt més, i ens permet també construir polígons regulars estrellats, en el sentit de Coxeter [1]. Alguns dels arguments més elementals que farem servir són purament geomètrics, però molt aviat ens trobarem fent raonaments propis de l'àlgebra tradicional (resolució de sistemes d'equacions) i de l'anàlisi (convergència de successions). No deixa de ser sorprenent el fet que, en tractar de respondre una pregunta natural, de seguida sorgeixin noves preguntes i noves idees de la teoria de nombres elemental. Aquesta pregunta

* Traducció de JAUME SOLER.