



一类 pitchfork 分支的全局相图

李时敏^{1*}, Jaume Llibre²

1. 广东财经大学统计与数学学院, 广州 510320;

2. Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona 08193, Spain

E-mail: lism1983@126.com, jllibre@mat.uab.cat

收稿日期: 2018-04-17; 接受日期: 2019-03-08; 网络出版日期: 2019-05-27; * 通信作者

广州市科技计划 (批准号: 201707010426 和 20180401350)、广东省自然科学基金 (批准号: 2017A030313010)、the Ministry of Economy and Competitiveness (批准号: MTM 2016-77278-P)、Agencia de Gestio d'Ajuts Universitaris i de Recerca (批准号: 2017SGR1617)、the European project (批准号: Dynamics-H2020-MSCA-RISE-2017-777911) 和 Barcelona Graduate School of Mathematics (批准号: MDM-2014-0445) 资助项目

摘要 本文研究二次微分系统 $\frac{dx}{dt} = y^2 - y - x$, $\frac{dy}{dt} = x^2 - \mu x - y$, 其中 $\mu \in \mathbb{R}$. 该系统是刻画 pitchfork 分支的重要例子. 本文给出该系统在 Poincaré 圆盘上的全局相图.

关键词 相图 pitchfork 分支 Poincaré 紧致化

MSC (2010) 主题分类 34C05, 34C23, 37G15

1 引言及主要结果

全局相图分析是研究微分系统大范围动力学行为的有力工具. 它可以揭示系统在给定参数下是否存在吸引子、排斥子或极限环等全局动力学性态, 因此是微分方程定性理论研究中的重要问题之一.

对于一般的多项式微分系统, 其所有可能的全局相图数量十分巨大. 例如, 二次系统就有超过 2,000 多种不同拓扑结构的全局相图. 据此, 大部分已有文献都是对某些特殊系统的全局结构进行分析, 如二次系统^[1-8]、三次系统^[9-16]、四次系统^[17-20]、Liénard 系统^[21-24]、Hamiltonian 系统^[25-27] 和 Lotka-Volterra 系统^[28] 等. 此外, 文献 [29] 详细介绍了如何利用平面多项式相图软件 P4 (planar polynomial phase portraits) 绘制全局相图.

最近, Rajapakse 和 Smale^[30] 考虑了如下二次微分系统:

$$\frac{dx}{dt} = y^2 - y - x, \quad \frac{dy}{dt} = x^2 - \mu x - y, \quad (1.1)$$

其中 $\mu \in \mathbb{R}$ 为系统参数. 他们利用系统 (1.1) 指出了对称性不是 pitchfork 分支存在的必要条件, 从而纠正了大家多年来对此存在的误解.

英文引用格式: Li S M, Llibre J. Global phase portraits of the key pitchfork bifurcation (in Chinese). Sci Sin Math, 2019, 49: 1201-1208, doi: 10.1360/SCM-2018-0266