

DOUGLAS DUARTE NOVAES

**ÓRBITAS PERIÓDICAS DE CERTAS
EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ACOPLADAS¹**

CAMPINAS

2012

¹Última atualização: 20/11/2012

ABSTRACT

The Averaging Method is a classical and matured tool that provides a useful means to study the behavior of nonlinear smooth dynamical systems. One of the main applications of this method consists to transform the problem of finding periodic solutions of a dynamical systems in a problem of finding solutions of an algebraic equation.

The classical results for studying the periodic solutions of differential systems need at least that those systems be of class C^2 . Recently, the Averaging Theory has been extended for studying periodic orbits to continuous differential systems using mainly the Brouwer degree.

On the other hand, the mathematical field which study the discontinuous dynamical systems, called Filippov Systems, is a subject that has been developing at a very fast pace in recent years. This field has become certainly one of the common frontiers between Mathematics, Physics, Engineering, and other related sciences. In spite of the fast developing of this subject, there are just a few tools to work with Filippov Systems as well as numerous open problems.

Our main objective, in this work, is to extend the averaging method for studying the periodic solutions of a class of Filippov Systems. Thus, overall results are presented

to ensure the existence of limit cycles of such systems.

In this class, of Filippov Systems, are contained the models of many mechanical phenomenon. Among these, we study in details the synchronization phenomena of harmonic oscillators weakly coupled. We also point out some similar problems to be studied in the future, involving usual complications of Filippov Systems.

CONTEÚDO

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Introdução	1
Objetivo	1
Estrutura dos Tópicos Apresentados	1
1 Teoria de Averaging para Sistemas Descontínuos	5
1.1 Nota Histórica	5
1.2 Introdução	6
1.3 Enunciado do Resultado Principal	10
1.4 Observações Gerais	12
2 Osciladores Fracamente Acoplados	15
2.1 Nota Histórica	15
2.2 Introdução	16
2.3 Sincronização de Sistemas Dinâmicos	17
2.4 Forma Padrão	18

2.4.1	Perturbação Autônoma	20
2.4.2	Perturbação Não Autônoma	22
2.5	Enunciados dos Resultados	24
2.5.1	Perturbação Autônoma	24
2.5.2	Perturbação Não Autônoma	25
2.6	Aplicação: Pêndulo com Mecanismo de Escape	26
2.7	Sistemas de Filippov Não Regulares	31
3	Resultados e Conceitos Preliminares	43
3.1	Sistemas de Filippov	43
3.1.1	Aplicação Multivalorada de Filippov	44
3.1.2	Inclusão Diferencial	46
3.1.3	Soluções de Filippov	47
3.1.4	Sistemas Contínuos por Partes	48
3.1.5	Sistemas de Filippov Regulares	50
3.2	Existência e Unicidade de Soluções	53
3.3	Grau de Brouwer	54
4	A Teoria de Averaging	59
4.1	Nota Histórica	59
4.2	O Teorema de Averaging de Primeira Ordem	60
4.2.1	Demonstração do Teorema 4.1	60
5	Demonstração do Teorema de Averaging para Sistemas Descontínuos	65
5.1	Lemas Auxiliares	65
5.2	Demonstração do Teorema 1.4	75
6	Demonstrações das Aplicações	85
6.1	Perturbação Autônoma	86
6.2	Perturbação Não Autônoma	88

7	Conclusões Finais e Direções Futuras	91
7.1	Introdução	91
7.2	Convenções Preliminares	92
7.2.1	Sistemas de Filippov Regulares Perturbados	92
7.2.2	Classe $\mathcal{C}$ de Sistemas de Filippov Regulares	95
7.3	Objetivos	95
7.3.1	Parte 1	96
7.3.2	Parte 2	96
7.3.3	Casos Não Regulares	97
	Bibliografia	99