
Dois métodos para a investigação de
ciclos limites que bifurcam de centros

Alex Carlucci Rezende

Abstract

One of the most investigated problems in the qualitative theory of dynamical systems in the plane is the XVI Hilbert's problem which deals with limit cycles. More precisely, the second part of the problem asks about the maximum number of limit cycles of a polynomial differential system of degree n . A limit cycle is a single closed orbit on the set of all periodic orbits of a differential planar system. A classic way to obtain a limit cycle is perturbing a system with a singularity of center type. In this work we discuss about two methods used to investigate the number of limit cycles which bifurcate from a center; they are known as *Abelian integrals* and *averaging theory*.

Key words: Bifurcation of centers, XVI Hilbert's problem, Abelian integral, averaging method.

Sumário

Introdução	1
1 Integrais Abelianas	5
1.1 Sistemas polinomiais quadráticos no plano	6
1.2 O XVI problema de Hilbert	8
1.2.1 Configuração de ciclos limites	10
1.3 A versão fraca do XVI problema de Hilbert	10
1.4 Integrais abelianas e ciclos limites	13
1.4.1 O teorema de Poincaré-Pontryagin	13
1.5 Estimativa do número de zeros das integrais abelianas	22
1.5.1 O método baseado na equação de Picard-Fuchs	23
1.6 Estudo do sistema P_{23}	29
2 A teoria do <i>averaging</i>	37
2.1 Preliminares	38
2.1.1 Teorema de existência e unicidade de soluções	38
2.1.2 Função ordem, símbolos de Landau e aproximação assintótica	39
2.2 <i>Averaging</i> periódico de primeira ordem analítico	45
2.2.1 Primeira prova do teorema do <i>averaging</i> de primeira ordem	47
2.2.2 Segunda prova do teorema do <i>averaging</i> de primeira ordem	52
2.3 A forma padrão	64
2.3.1 A reformulação na forma padrão	66

2.3.2	A forma padrão no caso quasilinear	68
2.3.3	A importância da forma padrão	75
2.4	<i>Averaging</i> periódico de alta ordem analítico	77
2.5	<i>Averaging</i> periódico via grau de Brouwer	85
2.5.1	Teoria do grau em espaço de dimensão finita	87
2.5.2	Algumas observações sobre o grau de Brouwer	89
2.5.3	<i>Averaging</i> via grau de Brouwer	94
2.5.4	<i>Averaging versus</i> integrais abelianas em sistemas integráveis	105

3 Considerações finais 113