

El foc de neu de von Koch*

Antonio Teruel

Un exemple clàssic d'objecte fractal és la corba de von Koch (introduïda l'any 1904), l'interior de la qual es coneix com foc de neu de von Koch. A la figura 1 representem els primers passos en la construcció d'un dels costats de la corba de von Koch.

La construcció comença amb un triangle equilàter de costat l igual a la unitat de mesura, per exemple metres, i per tant de perímetre p igual a 3 metres. A continuació, en el terç central de cadascun dels costats es col·loca un triangle equilàter, amb els costats de longitud $l = 1/3 m$, vegeu la figura 2.(b). D'aquesta manera s'obté una estrella de sis puntes. Notem que cadascun dels tres costats del triangle original s'ha substituït per quatre segments de longitud $1/3 m$, per la qual raó la figura actual consta de $12 = 3 \times 4$ costats i té un perímetre de $p = 12 \times 1/3 = 3 \times 4/3 m$. En el pas següent substituïm novament cada terç central dels dotze costats per un triangle equilàter de costat $l = 1/9 = 1/3^2 m$, vegeu la figura 1.(c). Això proporciona un polígon de $36 = 12 \times 3 = 3 \times 4^2$ costats i de perímetre $p = 36 \times 1/3^2 = 3 \times 4^2/3^2 m$.

Si repetim el procés n cops, és senzill concloure que la figura obtinguda és un polígon de 3×4^n costats i que la longitud de cada costat es $l = 1/3^n m$, i dona com a resultat que el perímetre és de $p = 3 \times (4/3)^n m$. Ni tan sols en aquest moment tenim una representació completa de la corba de von Koch. Per aconseguir això hem de fer el pas al límit quan n tendeix a infinit.

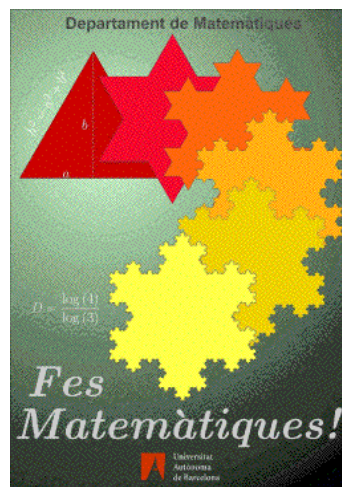


Figura 1: Portada del llibre

*Aparegut prèviament com a Capítol 1.6 (explicació de la portada) del llibre *Fes Matemàtiques*, Dept. de Matemàtiques, Univ. Autònoma de Barcelona, 2000.