MAT^2

MATerials MATemàtics

Versió per a e-book del

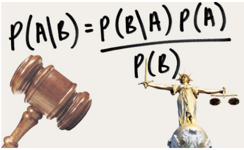
treball no. 6 del volum 2013

www.mat.uab.cat/matmat

Derecho y Probabilidad: Falacias, Fórmula de Bayes y Redes Bayesianas

Rosario Delgado

"At Petitioner Troy Brown's trial for sexual assault, the Warden and State's ("Respondents") deoxyribonucleic acid ("DNA") expert provided critical testimony that was later proved to be inaccurate and misleading. Respondents have conceded at least twice that, absent this faulty DNA testimony, there was not sufficient evidence to sustain Troy's conviction. In light of these extraordinary circumstances, we agree with District Judge Philip M. Pro's conclusions that Troy was denied due process, and we affirm the district court's grant of Troy's petition for writ of habeas corpus."



United States Court of Appeals for the Ninth Circuit. Troy Don Brown v. Craig Farwell, Warden, and the Attorney General of the State of Nevada [2]

1. Introducción

Las historias de detectives y policías, ya sea en forma de novela, serie de televisión, película, cómic o incluso serial radiofónico, han ejercido desde siempre una gran fascinación sobre el púbico en general. Gran parte de su atractivo radica en que muestran cómo una serie de observaciones aparentemente inconexas se van ajustando a una estructura narrativa donde todas las piezas de información que son reveladas acaban por resolver un problema lógico planteado. Estas historias, además, nos proporcionan información sobre cómo percibimos la veracidad o falsedad de los hechos: lo hacemos en base a unos argumentos lógicos y a unas evidencias obtenidas a partir de diferentes tipos de observaciones, como por ejemplo, una mancha de sangre encontrada en la escena de un crimen. A partir de las evidencias y usando la lógica, se va tejiendo una explicación plausible de las circunstancias que rodearon la comisión del delito perpetrado por alguno de los personajes de la historia.

Sin embargo, las historias de detectives no suelen tener en cuenta uno de los elementos más importantes de la investigación criminalística en la vida real: el azar. La interpretación de observaciones reales suele estar sometida a incertidumbre. Por ejemplo, la sangre que mancha la alfombra de la escena del crimen puede coincidir con la del sospechoso (atendiendo a algún marcador bioquímico), pero no podemos saber con seguridad si es realmente suya.

La Probabilidad es la parte de las Matemáticas que, juntamente con la Estadística, trata precisamente aquéllas situaciones en las que hay incertidumbre, es decir, en las que interviene el azar. Son, por tanto, herramientas que pueden ayudar en la correcta interpretación de las evidencias que se encuentran en las investigaciones criminalísticas. Por una parte, la Estadística permite analizar adecuadamente las observaciones experimentales obtenidas por la ciencia forense e interpretar los resultados, como sucede en cualquier otra disciplina científica. Por otra, la Probabilidad ayuda en la evaluación de las evidencias presentadas, es decir, permite interpretar la información aportada y valorar las consecuencias de considerarla como una evidencia en la investigación forense.

Los tribunales son instituciones en las que se presentan las evidencias relativas a los casos que se juzgan para ayudar en la toma de una decisión sobre la culpabilidad o no de los acusados. Salvo que todas las evidencias apunten sin ningún género de dudas en la misma dirección, llevando hacia una inevitable conclusión, lo que suele suceder es que las evidencias presentadas tendrán diferentes implicaciones en el caso, unas en un sentido y otras en el contrario, y además con diferentes grados de convencimiento. La Probabilidad nos ayuda a medir la importancia de cada una de ellas ... pero hay que tener mucho cuidado: nada más fácil que caer en el error en un contexto de incertidumbre. Muchas personas, incluyendo reconocidos expertos en diferentes disciplinas, cometen errores elementales cuando razonan a propósito de la probabilidad, especialmente cuando tratan con probabilidades condicionadas. En el ámbito del Derecho, por ejemplo, existe una amplia documentación sobre veredictos en Estados Unidos que han sido tomados a partir de razonamientos probabilísticos incorrectos o falacias [6], [1]. Aunque hay diferencias sustanciales en el funcionamiento del Jurado en Estados Unidos y España[1], la corrección en los razonamientos probabilísticos empleados por letrados y expertos, si se da el caso, es fundamental también aquí para alcanzar el veredicto más justo. Como primer ejemplo, presentamos una falacia sobre la que hay abundante literatura, la llamada "falacia del fiscal", también conocida como "falacia de transposición" (*"prosecutor fallacy"* o *"fallacy of the transponed condicional"* en inglés).

2. La "falacia del fiscal"

Supongamos que se ha cometido un asesinato y que el autor ha dejado algún tipo de evidencia en la escena del crimen como, por ejemplo, una mancha de sangre en la alfombra. Supongamos que, atendiendo a ciertos marcadores bioquímicos, la sangre encontrada en la escena del crimen es tal que sólo la de una de cada 1 000 personas coincide con ella.

Tenemos un sospechoso X cuya sangre coincide con la encontrada en la escena del crimen, que es acusado del asesinato y llevado a juicio. El fiscal, durante el juicio, asegura lo siguiente:

"La probabilidad de que la sangre de un inocente coincida con la de la escena del crimen es de 1 *entre* 1 000. *La sangre de X coincide con la de la escena del crimen. Entonces, la probabilidad de que X sea inocente es* 0.001, *es decir, es culpable con probabilidad* 0.999*"*.

Pero esta aseveración, que puede sonar convincente e influir decisivamente en un juez o un jurado es, sencillamente, **falsa**. Veamos por qué.

Imaginemos que la población de posibles autores del crimen es de 100 000 personas y que hay 100 personas cuya sangre coincide con la de la escena del crimen, uno de ellos el asesino. **Si no hay otra evidencia en contra de X a parte de la coincidencia de la sangre**, resulta que X tiene la misma probabilidad que los otros 99 de ser el asesino, luego su probabilidad de ser inocente sería 0.99 en vez de 0.001.

¿Cómo se explica esta discrepancia? La explicación de la falacia presentada por el fiscal se basa en una simple confusión con respecto a probabilidades condicionadas. Llamemos H a la hipótesis "X es inocente". Naturalmente, será cierta o falsa, aunque no lo sabemos. La incertidumbre que tenemos respecto de esta hipótesis se expresa mediante la probabilidad $P(H)$, que es la probabilidad "a priori" de que X sea inocente. Sea E la evidencia "la sangre de X coincide con la de la escena del crimen". Lo que en realidad interesa conocer es $P(H/E)$, es decir, la probabilidad de que X sea inocente, conociendo la evidencia de que su sangre coincide con la de la alfombra. Y ésta es la probabilidad que el fiscal calcula incorrectamente como

0.001. Porque 0.001 es, en realidad, $P(E/H)$, es decir, la probabilidad de que la sangre de X coincida con la de la alfombra, si en realidad es inocente. Así que lo que ha pasado es que el fiscal ha confundido $P(H/E)$ con $P(E/H)$, y ha calculado la segunda cuando pensaba que estaba calculando la primera.

"Cuando los expertos forenses presentan testimonios inexactos y engañosos, amenazan con desacreditar todo el campo de la ciencia forense", comenta William C. Thompson, del Departamento de Criminología, Derecho y Sociedad de la Universidad de California, en su carta al Editor de la revista Journal of Forensic Science [10]. Es muy importante que los científicos forenses y los juristas y abogados entiendan ésta y otras falacias, y pongan especial cuidado en evitar el uso de argumentos engañosos o poco claros en los juicios. Si se utilizan argumentos falaces, se obtienen condenas injustas o, al menos, dudosas, que en el mejor de los casos serán revisadas posteriormente. Así pasó en el famoso caso *Brown v. Farwell*, que comentamos brevemente a modo de ejemplo, escogido de entre una lista de casos tristemente famosos por causa de esta falacia.

- **Brown v. Farwell**

La Ninth Circuit Court of Appeals de los Estados Unidos revocó en 2008 la condena de Troy Don Brown por asalto sexual a una menor. La decisión del jurado que lo declaró culpable se había basado en el testimonio erróneo de un analista de ADN [2]. Brown elevó un recurso de hábeas corpus a partir de un informe (conocido como "Informe Mueller") en el que se argumentaba que las evidencias presentadas en su contra en el juicio eran insuficientes para probar su cupabilidad "más allá de toda duda razonable". La corte de apelaciones le dio la razón aceptando que Romero, analista de ADN de la Oficina del Laboratorio Criminal del Sheriff del Condado de Washoe (Nevada), "proporcionó un testimonio fundamental en el caso, que más tarde demostró ser inexacto y engañoso. [...] En ausencia de este testimonio falaz, no había suficiente evidencia para sustentar la condena de Troy." [2]

Uno de los errores (no el único) en el testimonio de Romero fue que cometió la falacia de transposición, como ahora explicaremos. Esta falacia ha sido reconocida en los tribunales estadounidenses desde el famoso caso *People v. Collins* de la California Supreme Court, en 1968 [8], que representó una aplicación forense muy notoria de la probabilidad.

Inicialmente, Romero testificó que el ADN del acusado Troy Don Brown coincidía con el dejado por el asaltante en la ropa de la víctima, y que el ADN de 1 de cada 3 millones de personas escogidas al azar de la población también coincidiría con el dejado por el asaltante. Hasta aquí todo es correcto... pero, bajo la presión del fiscal para que expresara lo anterior de otra manera, Romero acabó cometiendo el error de testificar que había un 99.999967 % de posibilidades de que el ADN encontrado en la ropa de la víctima fuese de Troy. Este error fue especialmente grave teniendo en cuenta la debilidad del resto de pruebas aportadas en su contra, e hizo que el jurado declarase culpable al acusado en base a un razonamiento muy persuasivo pero falso. Analicémoslo: si H es la hipótesis "Troy es inocente" y E la evidencia "el ADN de Troy coincide con el dejado por el asaltante en la ropa de la víctima", entonces lo que conocemos es que

$$P(E/H) = \frac{1}{3\,000\,000} = 0.000000\overset{\frown}{3}$$

y la falacia consistió en que bajo presión, Romero confundió la anterior probabilidad, que se conoce en inglés como *"random match probability"*, con $P(H/E)$, de tal manera que pensó erróneamente que la probabilidad de que Troy fuese culpable conocida la evidencia (llamada *"source probability"* en inglés), era $1 - 0.000000\overset{\frown}{3} = 0.999999\overset{\frown}{6}$, es decir, un $99.9999\overset{\frown}{6}$ %.

3. La Fórmula de Bayes

En general, en el contexto jurídico en el que estamos, partimos de la hipótesis H "el acusado es inocente". Sobre esta hipótesis se tendrá un cierto grado de "creencia", dependiendo de la información de la que se disponga. Por

Th. Bayes (1702-1761)

ejemplo, si no se tiene ninguna información sobre el caso, el grado de "creencia" en H será diferente del que tendrá el fiscal que conoce todas las evidencias que se han presentado en contra del acusado. En cualquier caso, el grado de "creencia" se expresará a través de la probabilidad $P(H)$. Ésta es la probabilidad *subjetiva* **"a priori"** de que H sea cierta.

A continuación se nos presenta alguna **evidencia** E. Para cada nueva evidencia actualizaremos la probabilidad a priori de la hipótesis H mediante $P(H/E)$, que es la **probabilidad a posteriori** de H conociendo la evidencia E. Si la evidencia favorece la hipótesis H (por ejemplo, si E es la evidencia de que el acusado tiene una coartada), entonces la probabilidad a posteriori de H se incrementará respecto de la probabilidad a priori, mientras que si la evidencia favorece la creencia de que H es falsa (por ejemplo, un testigo ocular afirma que ha visto al acusado en la escena del crimen), entonces la probabilidad a posteriori $P(H/E)$ decrecerá.

Con la **Fórmula de Bayes**, lo que se hace precisamente es calcular la probabilidad a posteriori dado que se ha presentado una evidencia, $P(H/E)$, a partir de la probabilidad a priori $P(H)$ y de una probabilidad que normalmente es más fácil conocer, $P(E/H)$, que es la probabilidad de la evidencia E si la hipótesis H de la inocencia del acusado es cierta y se conoce como **verosimilitud**, ya que representa lo verosímil o creíble que sería la evidencia E que hemos, efectivamente, observado, si la hipótesis H fuese cierta.

Fórmula de Bayes:

$$\boxed{\begin{aligned} P(H/E) &= \frac{P(E/H)\,P(H)}{P(E)} \\ &= \frac{P(E/H)\,P(H)}{P(E/H)\,P(H) + P(E/H^c)\,P(H^c)} \end{aligned}} \qquad (1)$$

Hemos denotado por H^c la hipótesis contraria de H, esto es, $H^c =$"el acusado es culpable", y hemos calculado la probabilidad $P(E)$ del denominador a partir de las probabilidades $P(E/H)$ y $P(E/H^c)$, que son la probabilidad de E disgregada según que sea cierta H o H^c, respectivamente, mediante la llamada **Fórmula de la Probabilidad Total**. Por otro lado, como o bien la hipótesis H será cierta, o bien lo será su contraria H^c, la suma de sus probabilidades ha de ser 1, y por tanto, $P(H^c) = 1 - P(H)$.

Una vez introducida esta notación, podemos decir que la falacia del fiscal consiste en calcular realmente la **verosimilitud** (de la evidencia, si la hipótesis H fuese cierta) pensando que se está calculando la **probabilidad a posteriori** de H conociendo la evidencia E.

- **Ejemplo:** Supongamos que la probabilidad a priori de que el acusado sea inocente es 0.4, es decir, $P(H) = 0.4$. Y que la evidencia es $E =$"una mancha de sangre dejada por el asesino en la escena del crimen coincide con la sangre del acusado". Supongamos también que la sangre de una de cada 1 000 personas en la población en general coincide con la dejada por el asesino. Por tanto, tenemos que la verosimilitud es $P(E/H) = 0.001$. A partir de esta información usaremos la Fórmula de Bayes para encontrar la probabilidad a posteriori que actualiza el valor de la probabilidad (subjetiva) que teníamos sobre la inocencia del acusado $P(H)$.

Usaremos que $P(E/H^c) = 1$, ya que si el acusado es culpable, la probabilidad de observar la evidencia E, esto es, que la sangre dejada por el asesino en la escena del crimen coincida con la del acusado, es 1. Entonces, por (1),

$$P(H/E) = \frac{P(E/H)\,P(H)}{P(E)}$$

$$= \frac{P(E/H)\,P(H)}{P(E/H)\,P(H) + P(E/H^c)\,P(H^c)}$$
$$= \frac{0.001 \times 0.4}{0.001 \times 0.4 + 1 \times 0.6} = \frac{0.0004}{0.6004} \cong 0.000666$$

Nuestra creencia en que el acusado es inocente se ha actualizado a partir de la evidencia de que su sangre coincide con la dejada por el asesino en la escena del crimen, y pasa de ser

$$P(H) = 0.4 \quad \text{a ser} \quad P(H/E) \cong 0.000666\,,$$

que es mucho menor, como era de esperar.

Observemos que en el denominador de la Fórmula de Bayes hemos calculado $P(E) = 0.6004$, que es la probabilidad de obtener la evidencia de que la sangre de la escena del crimen coincide con la del acusado. Esta probabilidad se conocía *disgregada* según que la hipótesis de inocencia del acusado fuese cierta ($P(E/H) = 0.001$) o falsa ($P(E/H^c) = 1$), y la hemos calculado *agregando* estas probabilidades, haciendo lo que en el fondo no es más que una media ponderada de ambas, usando como pesos respectivos las probabilidades $P(H)$ y $P(H^c)$.

La principal objeción que puede hacerse a la aproximación Bayesiana consiste en la dependencia de todo el razonamiento anterior respecto de la probabilidad a priori $P(H)$, que se determina de manera subjetiva. Es obvio que dando diferentes valores a esta probabilidad a priori se obtendrán, a partir de la misma evidencia y usando la Fórmula de Bayes, diferentes actualizaciones de la probabilidad (probabilidades a posteriori). Sin embargo, hay que tener en cuenta que tanto el juez como los miembros del jurado, lo reconozcan explícitamente o no, siempre tienen una opinión formada sobre la probabilidad a priori de que el acusado sea inocente. Por ello, aunque haya desacuerdo en el punto de partida, que es el valor subjetivo que se debe asignar a la probabilidad a priori, no debería rechazarse el único método racional que permite ir actualizando esta probabilidad a partir de las evidencias que se vayan presentando. Este método consiste en la aplicación de la Fórmula de Bayes, como hemos visto.

Finalmente, comentamos que la Fórmula de Bayes se puede reformular de manera que, para cada evidencia presentada, podamos ver hasta qué punto la evidencia está a favor o en contra de la hipótesis H. Para ello, usamos (1) para H, y también para H^c:

$$P(H/E) = \frac{P(E/H)\,P(H)}{P(E)}$$
$$P(H^c/E) = \frac{P(E/H^c)\,P(H^c)}{P(E)}$$

Si hacemos el cociente, se simplificará $P(E)$ en los denominadores y queda:

$$\boxed{\frac{P(H/E)}{P(H^c/E)} = \frac{P(E/H)}{P(E/H^c)}\ \frac{P(H)}{P(H^c)}} \tag{2}$$

Cada uno de estos tres cocientes recibe un nombre:

a) $\dfrac{P(H)}{P(H^c)}$ son las **posibilidades justas**[3] **a priori** en favor de H.

b) $\dfrac{P(H/E)}{P(H^c/E)}$ son las **posibilidades justas a posteriori** en favor de H, ya que es el cociente entre las probabilidades de que H sea cierta y H sea falsa, dada la evidencia E.

c) $\dfrac{P(E/H)}{P(E/H^c)}$ recibe el nombre de **razón de verosimilitudes** (en inglés *likelihood ratio*) y es el cociente entre la probabilidad de observar la evidencia cuando el acusado es inocente, y cuando es culpable, es decir, entre las verosimilitudes de la evidencia E si H es cierta, y si H es falsa.

Entonces, la fórmula (2) nos dice que

$$\begin{aligned}\text{Posibilidades justas a posteriori en favor de } H \\ = \text{Razón de verosimilitudes} \\ \times \text{Posibilidades justas a priori en favor de } H\end{aligned}$$

Claramente, las posibilidades justas en favor de H aumentan (las que son *a posteriori*, con respecto a las que son *a priori*) si la razón de verosimilitudes es mayor que 1, disminuyen si es menor que 1, y no varían si es igual a 1 .

4. La "falacia de la observación del jurado"

Esta falacia en Derecho, que aparece por primera vez documentada y estudiada en Fenton y Neil (2000) [5], también es debida a un malentendido relativo a probabilidades, concretamente a la probabilidad de la culpabilidad de un acusado cuando tras haber emitido el jurado el veredicto de "No culpable" se revela la información de que tenía antecedentes. El error consiste en dejarse llevar por la intuición y pensar que tener antecedentes hace que aumente la probabilidad de que el acusado sea culpable. Aunque esto pueda parecer muy natural, en muchas situaciones resulta que la probabilidad de culpabilidad del acusado no sólo no aumenta, sino que incluso puede disminuir si se revela la información de que tenía antecedentes, como veremos usando el razonamiento Bayesiano.

Como esta falacia involucra mayor número de variables que la del fiscal vista en la §2 y, por tanto, requiere unos cálculos más complejos, la manera más directa de presentarla es utilizando como herramienta gráfica una Red Bayesiana y un programa informático específico (*Hugin Lite*[4] en este caso) para llevar a cabo los cálculos necesarios.

El escenario en el que aparece la falacia es el siguiente: en un caso criminal, el jurado ha encontrado al acusado “No culpable”. A continuación se revela la información de que el acusado tenía una condena previa por un delito similar (es decir, tenía antecedentes). La cuestión que se plantea es:

> **¿La evidencia de una condena previa por un delito similar hace que aumente la probabilidad de que el acusado sea culpable (y, por tanto, el veredicto del jurado sea erróneo)?**

La falacia se presenta si se responde **“Sí”** a esta cuestión sin tener en cuenta el resto de condicionantes. Por una parte, se sabe que en la mayoría de los casos que llegan a ser juzgados el acusado tiene antecedentes, por lo que no debería ser ninguna sorpresa si esto llega a saberse de un acusado tras el veredicto del jurado. Además, lo razonable es pensar que el veredicto de no culpabilidad fue emitido porque es lo que los miembros del jurado creían realmente, en base a las evidencias presentadas durante el juicio. Entonces, la evidencia de que el acusado tenía antecedentes, dependiendo de los casos, paradógicamente podría convencernos aún más de su inocencia.

Después de una breve introducción a las Redes Bayesianas en la siguiente sección, retomaremos esta falacia para explicarla con más detalle.

5. Las Redes Bayesianas

Las **Redes Bayesianas (RB)** se introdujeron por primera vez en la década de 1920. Desde entonces han sido "reinventadas" por un gran número de investigadores con distintos nombres, tales como *redes causales*, o *redes gráficas de probabilidad*, entre otros, y han sido aplicadas a muy distintos campos. Su uso en el ámbito legal ha alcanzado cierta notoriedad a partir de algunos casos famosos que se han analizado usándolas, como el de *People v. Collins* [4], el de los anarquistas *Sacco y Vanzetti*, ejecutados en 1927 [7] o, más recientemente, el de *O.J. Simpson* [9].

Las RB consisten en un modelo gráfico que representa las relaciones de dependencia entre diferentes variables que afectan a un proceso, y en una metodología que permite actualizar los valores de las probabilidades asociadas a las variables cuando se conocen ciertas evidencias. El modelo gráfico está formado por nodos, que representan las variables, y flechas que los unen, con una tabla de probabilidad condicionada (TPC) asociada a cada nodo al que llega alguna flecha, que muestra la probabilidad de los valores que toma el nodo condicionada a cada una de las combinaciones de valores de los nodos que le mandan flecha. Los nodos a los que no les llega ninguna flecha tienen asociada una tabla de probabilidad (TP) que muestra la probabilidad (a priori) con la que toman cada uno de sus posibles valores. Las flechas simbolizan las relaciones de dependencia entre las variables representadas por los nodos, y van de un nodo a otro indicando en qué sentido es la relación de dependencia entre ambos, no pudiendo formar "bucles" cerrados. De esta manera, las RB permiten describir las relaciones entre causas y efectos, y son una útil representación del conocimiento y una herramienta para ayudar al raciocinio en condiciones de incertidumbre. En particular, las RB pueden asistir a los científicos forenses y juristas en el discernimiento de las relaciones de dependencia existentes entre diferentes aspectos de las evidencias forenses, así como en el análisis formal de la toma de decisiones.

En general, las RB se usan para representar modelos causales en la toma de decisiones en situaciones complejas y en la evaluación de riesgos. Los modelos causales son importantes porque permiten tener en consideración todas las evidencias existentes, incluso en el caso de que algunas de ellas entren en conflicto. A medida que se conocen nuevas evidencias, las RB actualizan sus probabilidades (a esto se le llama *propagación Bayesiana*). Aunque la teoría subyacente (probabilidad bayesiana) se desarrolló en el siglo XVIII a partir de los trabajos del matemático Thomas Bayes, la utilización de RB realistas en situaciones complejas sólo ha sido posible a partir de finales de la década de 1980, gracias al desarrollo de nuevos y potentes algoritmos y de herramientas de software que permiten implementar los cálculos más complicados.

Las RB combinan probabilidad y teoría de grafos para extraer conocimiento de un sistema dado, a partir de observaciones empíricas, mediante unas relaciones de tipo causa-efecto entre las variables más relevantes del sistema. Las probabilidades condicionadas capturan el grado en que unas variables afectan a otras, incluso si (y es lo más habitual) el mecanismo subyacente es desconocido. Estos modelos se construyen combinando la información contenida en los datos de que se dispone, y las opiniones de los expertos. La comprensión de causas y efectos es una forma básica del conocimiento humano que subyace en nuestras decisiones y, en este caso, se utiliza el conocimiento de los expertos para escoger los nodos o variables de la RB, y conectarlos mediante flechas dirigidas de las causas a los efectos. Para asegurar que el modelo es consistente con las observaciones empíricas, las tablas de probabilidad condicionada de la red se construyen a partir de los datos, siempre que esto sea posible; en caso contrario, se utiliza la opinión de los expertos. El **análisis de sensibilidad** de la RB intenta evaluar la repercusión que un cambio en una de las variables de la red tiene sobre las otras. Es de especial importancia al analizar los resultados obtenidos a partir del modelo, a la luz de las expectativas de los expertos, o al compararlos con los resultados empíricos disponibles.

6. La "falacia de la observación del jurado" revisitada

La RB que vamos a usar para tratar la falacia explicada en la §4 parte de un modelo gráfico que es el de la Figura 1.

En el gráfico, los cinco nodos representan las variables sometidas a incertidumbre, mientras que las

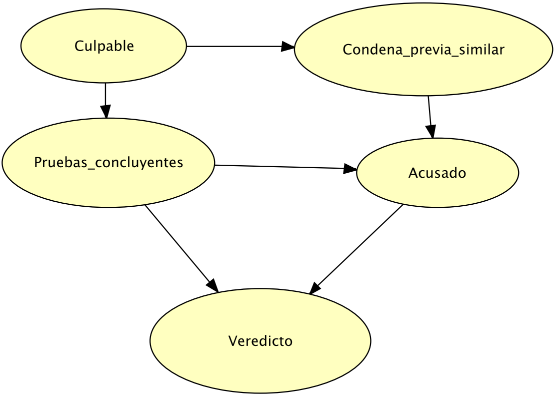


Figura 1: Red Bayesiana para el ejemplo de la "falacia de la observación del jurado".

flechas entre ellos representan las relaciones causales o influencias. El nodo **Veredicto** puede tener tres valores diferentes: "Culpable", "No culpable" y "No hay veredicto"; el resto de los nodos pueden tener sólo dos valores: "Sí" y "No". Naturalmente, sólo puede haber veredicto si la persona es acusada (y juzgada), es decir, si el nodo **Acusado** toma el valor "Sí", lo que explica la flecha del nodo **Acusado** al nodo **Veredicto**.

A parte de esta dependencia obvia, el sistema judicial establece que el veredicto del jurado únicamente puede venir influenciado por las pruebas presentadas, por lo que tenemos sólo una flecha más que llega al nodo **Veredicto**, y lo hace desde el nodo **Pruebas concluyentes**. Sólo la existencia de pruebas concluyentes debería llevar a un veredicto de culpabilidad, pasando previamente por la acusación, lo que nos lleva a establecer la flecha entre el nodo **Pruebas concluyentes** y el nodo **Acusado**. El resto de las flechas corresponden a relaciones causa-efecto que son intuitivas.

Asociada a cada nodo tenemos una Tabla de Probabilidad, que es Condicionada (TPC) si al nodo le llega alguna flecha, y que es no condicionada

(TP) si no le llega ninguna. Veamos a continuación cuáles asumimos que son las TPC y las TP en este modelo.

6.1. Tablas de probabilidad

Tabla 1: TCP del nodo Veredicto

	Acusado →	Sí		No	
Veredicto ↓	Pruebas concluyentes →	Sí	No	Sí	No
Culpable		0.99	0.01	0	0
No culpable		0.01	0.99	0	0
No hay veredicto		0	0	1	1

Los dos 1 que aparecen en la última fila corresponden a que si no hay acusación, no puede haber veredicto. En cambio, si hay acusación, el veredicto será "Culpable" o "No culpable", dependiendo de si hay pruebas concluyentes (con probabilidades respectivas 0.99 y 0.01) o no las hay (con las probabilidades intercambiadas). Es decir, se asume un margen de error de un 1 % en la decisión del jurado. Naturalmente, las columnas de estas tablas deben sumar 1. En la §6.3 haremos un estudio de la sensibilidad de este modelo en el que, en particular, consideraremos otros posibles márgenes de error por parte del jurado (5 %, 10 %, 20 %), y veremos cómo afecta esto a las conclusiones a las que se llega.

Tabla 2: TCP del nodo Acusado

	Pruebas concluyentes →	Sí		No	
Acusado ↓	Condena previa similar →	Sí	No	Sí	No
Sí		0.9999	0.99	0.02	0.00001
No		0.0001	0.01	0.98	0.99999

Cuando se comete un delito, el sistema de investigación policial trabaja buscando evidencias y vinculándolas a un sospechoso. En ausencia de pruebas concluyentes, la policía identifica “posibles sospechosos” gracias a informadores, evidencias circunstanciales y, especialmente, una base de datos de personas con antecedentes. En muchas ocasiones, la existencia de una condena previa similar junto con alguna evidencia circunstancial es suficiente para que un individuo sea acusado del delito. En la Tabla 2 asumimos que la probabilidad de ser acusado si no hay pruebas concluyentes pero sí una condena previa similar es 0.02 (es decir, es de 1 entre 50).

En la §6.3 haremos un análisis de sensibilidad de la RB y veremos cómo afecta esta probabilidad a los resultados que obtenemos, considerando otros valores alternativos. Aunque 0.02 es una probabilidad pequeña, es mucho mayor (2 000 veces mayor) que la que asumimos de ser acusado sin pruebas concluyentes ni condena previa similar, que es 0.00001, es decir, de uno entre 100 000. Por otro lado, si hay pruebas concluyentes en su contra, suponemos que la persona será acusada con alta probabilidad (0.99) aunque no tenga una condena previa similar. Sin embargo, si además de las pruebas concluyentes, hay una condena previa similar, asumimos que la probabilidad de ser acusado aumenta hasta 0.9999. Es decir, las probabilidades de no ser acusado son respectivamente 0.01 (1 entre 100) y 0.0001 (1 entre 10 000), que es 100 veces menor.

Tabla 3: TCP del nodo Pruebas_concluyentes

	Culpable	
Pruebas concluyentes ↓	Sí	No
Sí	0.95	0.000001
No	0.05	0.999999

En esta tabla simplemente asumimos que en un 95 % de los casos, una persona culpable acaba proporcionando pruebas concluyentes de su delito. Por otro lado, se permite una probabilidad muy pequeña, 0.000001 (de uno entre un millón), de cometer un error y presentar lo que se supone que son pruebas concluyentes en contra de un sospechoso que en realidad es inocente. Esto puede suceder, por ejemplo, si las evidencias forenses son analizadas incorrectamente.

Tabla 4: TCP del nodo Condena_previa_similar

	Culpable	
Condena previa similar ↓	Sí	No
Sí	0.1	0.0001
No	0.9	0.9999

En este caso, la suposición es que si una persona es culpable, es 1000 veces más probable que tenga una condena previa similar que si no es culpable, siendo esta última probabilidad de uno entre 10 000 (0.0001). Es, precisamente, una mala interpretación de esta información la que da lugar a la falacia que nos ocupa, como veremos en la §6.2.

Tabla 5: TP del nodo Culpable

Culpable ↓	
Sí	0.0001
No	0.9999

Éste es el único nodo al que no llega ninguna flecha. En este caso, la TCP (Tabla de Probabilidad Condicionada) se transforma en TP (Tabla de Probabilidad) y presenta la probabilidad a priori de cada uno de los dos valores que toma la variable. Si, por ejemplo, el delito es cometido en una población en la que hay 10 000 posibles autores (descartamos aquéllas personas que por motivos obvios no pueden haberlo cometido, como niños pequeños, por ejemplo), entonces la tabla de las probabilidades a priori es la que hemos propuesto.

Observación: En este planteamiento, como en cualquier otro en el que se utilice el razonamiento Bayesiano, hay que tener presente el punto de vista desde el que se hace. Aquí se ha planteado desde la perspectiva de un *observador externo* que no es ni el acusado, ni la policía, ni el fiscal, y ni siquiera forma parte del jurado. Por ello, la probabilidad a priori que se asume de que el acusado sea culpable es sólo de 0.0001, la misma que tiene cualquier otra persona de la población, ya que el observador externo no dispone de información a priori en su contra.

Además, como cualquier modelo, la RB que hemos presentado no deja de ser una simplificación de la siempre compleja realidad, e ignora variables que en algunas circunstancias podrían ser importantes, como por ejemplo el sexo o la edad del acusado, el hecho de que delincuentes reincidentes pueden haber aprendido a burlar al sistema “borrando” algunas evidencias en su contra, o la presencia de evidencias no concluyentes (circunstanciales). Una mejora del modelo debería contener estas (y/o posiblemente otras) variables.

Finalmente, comentamos que sólo estamos considerando delitos graves, que es para los que se ha observado esta falacia en la realidad, y que el sistema judicial evita deliberadamente que el jurado conozca los antecedentes del acusado antes de emitir su veredicto, para que éste sea juzgado sólo por el delito actual, y no por otros (posibles) anteriores.

6.2. Propagación Bayesiana

• En primer lugar, podemos calcular las **probabilidades marginales** asociadas a la red. Para los nodos a los que no les llegan flechas (en este caso, únicamente el nodo Culpable), coinciden con las probabilidades a priori (Tabla 5). Para el resto de los nodos, son las probabilidades sin condicionar que se obtienen aplicando la Fórmula de la Probabilidad Total. A modo de ejemplo, para el nodo Condena_previa_similar (**CPS**), podemos calcular a partir de las Tablas 4 y 5, condicionando por los valores de la variable **Culpable**:

$$
\begin{aligned}
P(CPS = Si) &= P(\text{CPS} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\qquad \times P(\text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\quad + P(\text{CPS} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{No}) \\
&\qquad \times P(\text{Culpable} = \text{No}) \\
&= 0.1 \times 0.0001 + 0.0001 \times 0.9999 \\
&= 0.00010999 \cong 0.0001
\end{aligned}
$$

y, por tanto, $P(CPS = No) = 1 - 0.00010999 = 0.99989001 \cong 0.9999$.

Y a partir de las Tablas 3 y 5, para el nodo

Pruebas_concluyentes (**Pruebas**):

$$\begin{aligned} P(\text{Pruebas} = \text{Si}) = {} & P(\text{Pruebas} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\ & \times P(\text{Culpable} = \text{Si}) \\ & + P(\text{Pruebas} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{No}) \\ & \times P(\text{Culpable} = \text{No}) \\ = {} & 0.95 \times 0.0001 + 0.000001 \times 0.9999 \\ = {} & 0.0000959999 \cong 0.000096 \end{aligned}$$

y, por tanto, $P(\text{Pruebas} = \text{No}) = 1 - 0.0000959999 = 0.9999040001 \cong 0.9999$.

Para cada uno de estos dos nodos, como sólo un nodo les manda flecha, el nodo Culpable, los cálculos no son complicados. Pero cuando llega más de una flecha a un nodo, los cálculos se hacen más largos y pesados. Por ejemplo, al nodo Acusado le llegan dos flechas, las que provienen de los nodos Condena_previa_similar y Pruebas_concluyentes. Los cálculos detallados para este nodo se encuentran en el Apéndice A (§8). Y para el nodo Veredicto, ¡todavía es más largo el proceso! Por eso, para hacer los cálculos de manera fácil y rápida usaremos el programa informático *Hugin Lite 7.7*. Además de introducir en este programa la información relativa a los nodos, sus posibles valores y las flechas que los unen, hemos de introducir la de las Tablas 1 a 5. A partir de ahí, el programa calcula de manera inmediata las probabilidades marginales de todos los nodos, como vemos en la Figura 2.

Nótese que los valores que aparecen en las tablas son porcentajes, así que para obtener las probabilidades respectivas hay que dividir por 100.

• Pero podemos sacarle mucho más partido a la RB que hemos construido. Por ejemplo, nos podemos preguntar: **¿Cuál es la probabilidad de que el sospechoso sea efectivamente culpable si sabemos que ha sido acusado?**

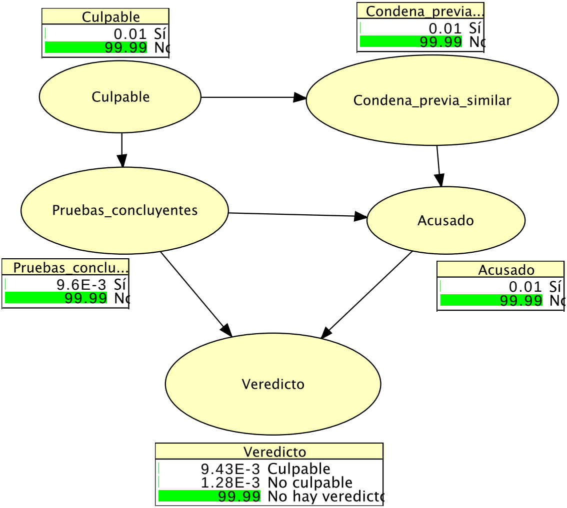


Figura 2: Probabilidades marginales.

Se trata, por tanto, de actualizar la probabilidad de que el sospechoso sea culpable que aparece en la Tabla 5, $P(\text{Culpable} = \text{Si}) = 0.0001$, si se tiene una evidencia: la de que ha sido acusado. Es decir, se trata de calcular la probabilidad $P(\text{Culpable} = \text{Si} \,/\, \text{Acusado} = \text{Si})$. Para ello, si lo hacemos directamente, debemos utilizar la Fórmula de Bayes (1) de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} &P(\text{Culpable} = \text{Si} \,/\, \text{Acusado} = \text{Si}) \\ &\quad = \frac{P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si})\, P(\text{Culpable} = \text{Si})}{P(\text{Acusado} = \text{Si})} \end{aligned} \tag{3}$$

donde dos de las probabilidades ya las conocemos, $P(\text{Culpable} = \text{Si}) = 0.0001$, por la Tabla 5, y $P(\text{Acusado} = \text{Si}) = 0.0001070481446$, que calculamos en el Apéndice A, §8 (es importante no perder precisión redondeando cuando hay que realizar operaciones con las probabilidades), mientras que la probabilidad condicionada del numerador hemos de calcularla usando, de nuevo, la Fórmula de la Probabilidad Total, tal y como se muestra en el Apéndice B, §9, obteniendo que $P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) = 0.940604545$ y sustituyendo en (3) tendríamos que

$$\begin{aligned} P(\text{Culpable} = \text{Si} \,/\, \text{Acusado} = \text{Si}) &= \frac{0.940604545 \times 0.0001}{0.0001070481446} \\ &= 0.8786743091 \cong 0.8787 \end{aligned}$$

Aunque hemos realizado este cáculo con todo detalle como ejemplo, en la práctica se lleva a cabo usando el software apropiado (el programa *Hugin Lite 7.7* en nuestro caso). Si en la RB construida mediante el programa introducimos la información de que tenemos una evidencia: el sospechoso ha sido acusado (es decir, modificamos la probabilidad de Acusado = Sí para que tome el valor 1), entonces todas las demás probabilidades se actualizan, incluyendo la que nos interesa, que es la de que el acusado sea culpable, como podemos ver la siguiente figura.

A continuación vamos a interpretar los cambios que se han producido al recalcular las probabilidades tras presentar la evidencia de que el sospechoso ha sido acusado formalmente (y juzgado).

En primer lugar, si ése es el caso, como es na-

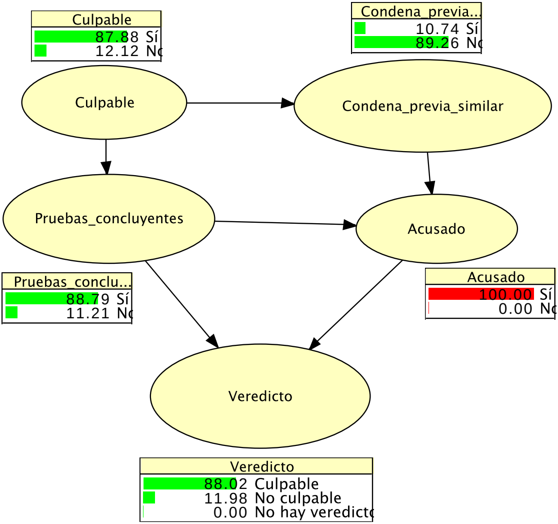


Figura 3: Actualización de probabilidades conociendo la evidencia Acusado = Sí.

tural la probabilidad de que la variable **Veredicto** tome el valor “No hay veredicto” pasa a ser 0, es decir, que es seguro que habrá veredicto, y con probabilidad aproximada de 0.8802 será “Culpable”. En ausencia de otras evidencias, esto nos dice que en algo más del 88 % de todos los juicios el veredicto del jurado es de culpabilidad.

Por otro lado, la probabilidad de que el sospechoso sea realmente culpable ha aumentado de 0.0001 que era la probabilidad a priori, a aproximadamente 0.8788 , tal y como vimos haciendo el cáculo directo, es decir, se ha multiplicado por casi 9 000.

La probabilidad de que el sospechoso que ha sido acusado tenga realmente una condena previa similar (antecedentes) ha aumentado de 0.0001 a 0.1074 (se ha multiplicado por 1 000), y la probabilidad de que haya pruebas concluyentes en su contra ha aumentado de 0.000096 a 0.8879 (se ha multiplicado por más de 9 000).

- **Cuáles serán las probabilidades actualizadas si, además de ser acusado (y juzgado),**

el sospechoso es declarado "No culpable" por el jurado?

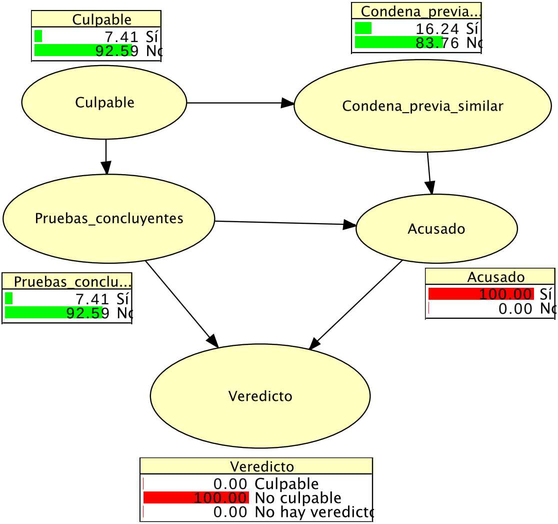


Figura 4: Actualización de probabilidades conociendo las evidencias Acusado = Sí y Veredicto = "No culpable".

En este caso, las probabilidades anteriores cambian drásticamente:

La probabilidad de que el sospechoso sea realmente inocente aumenta de 0.1212, cuando la única evidencia era que había sido acusado, ¡a 0.9259! Y esto se explica porque ahora la probabilidad de que no haya pruebas concluyentes en su contra ha aumentado de 0.1121 a 0.9259.

Pero la probabilidad de que tuviera una condena previa similar también ha aumentado, de 0.1074 a 0.1624. ¿Por qué? Pues porque si es tan poco probable que haya pruebas concluyentes en su contra pero sabemos que ha sido acusado (y juzgado), lo más probable es que lo haya sido porque tenía antecedentes. Notemos que como tanto el nodo Condena_previa_similar como el nodo Pruebas_concluyentes envían flecha al nodo Acusado, se da el siguiente fenómeno: cuando se nos presenta la evidencia de que el sospechoso ha sido acusado, aumentan las probabilidades de “Sí” en ambos, pero cuando esto se mantiene y se añade alguna otra evidencia que hace disminuir la probabilidad de “Sí” en uno de los nodos, aumenta en el otro y viceversa.

- Llegamos, por fin, a la situación en la que se produce la **“falacia de la observación del jurado”**: una vez que el jurado declara al acusado “No culpable”, se informa de que tenía antecedentes. En principio, esto haría que nos planteásemos si la decisión del jurado ha sido la correcta. La falacia consiste en pensar que no lo ha sido. Esto parece muy razonable pero en realidad no lo es, ya que si tras conocer la evidencia de que el acusado tiene antecedentes, calculamos la probabilidad de que sea culpable, ¡no sólo no habrá aumentado, sino que habrá disminuido ligeramente, pasando de 0.0741 a 0.0503! (véase Figura 5).

Además, como hemos comentado en el punto

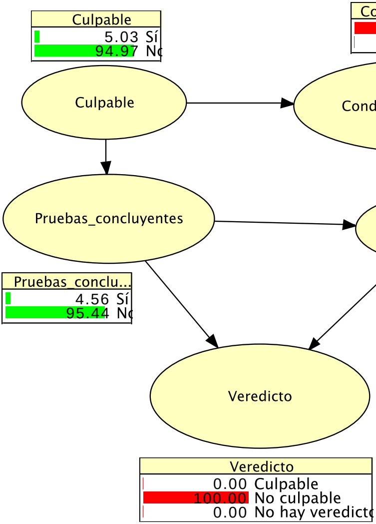


Figura 5: Actualización de probabilidades conociendo las evidencias Acusado = Sí, Veredicto = "No culpable" y Condena previa = Sí.

anterior, al añadir una evidencia que aumenta la probabilidad de condena previa similar, ha disminuido la probabilidad de que haya pruebas concluyentes contra el acusado, que pasa de 0.0741 a 0.0456.

¿Cómo se explica, intuitivamente, la disminución de la probabilidad de que el acusado sea culpable al saber que tiene antecedentes? En el punto anterior vimos que el hecho de que el veredicto fuese “No culpable” era consecuencia, con alta probabilidad, de falta de pruebas concluyentes. Que ahora sepamos que el sospechoso tenía antecedentes explica por qué, a pesar de la ausencia de pruebas concluyentes en su contra, cosa que se daba con alta probabilidad, fuese acusado (y juzgado), así como también explica el aumento en la probabilidad de que no haya pruebas concluyentes en su contra, lo que, en última instancia, explica que haya aumentado la probabilidad de que sea inocente del cargo que se le imputa.

Por tanto, siempre que aceptemos la RB que hemos propuesto como modelo en esta situación, queda patente que la llamada "falacia de la observación del jurado" efectivamente lo es.

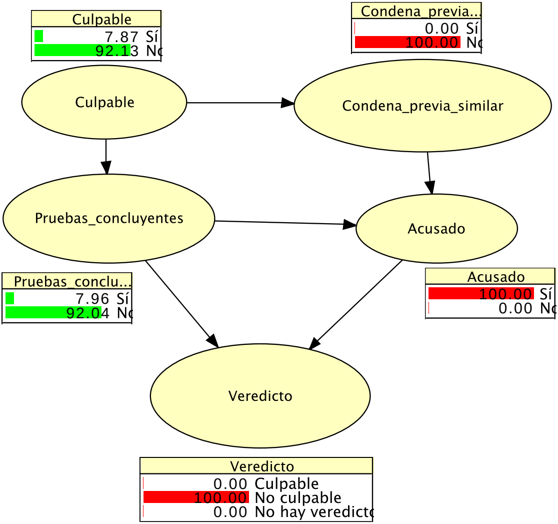


Figura 6: Actualización de probabilidades conociendo las evidencias Acusado = Sí, Veredicto = "No culpable" y Condena previa = No.

- Finalmente, vamos a comparar lo anterior con lo que hubiese pasado **si la evidencia fuese que el acusado NO tenía antecedentes** (Figura 6).

En este caso, las probabilidades de que el acusado sea realmente inocente (0.9213) y de que no haya pruebas concluyentes en su contra (0.9204) se mantienen altas, aunque no tanto como si se sabe que sí que tenía antecedentes (Figura 5), ¡ni siquiera tanto como cuando no se sabe si los tenía o no! (Figura 4).

6.3. Análisis de sensibilidad de la Red Bayesiana

En esta sección haremos un pequeño estudio, a modo de ejemplo, sobre la sensibilidad de la RB que hemos utilizado en la sección anterior para tratar la "falacia de la observación del jurado". Todos los resultados obtenidos en el estudio que hemos hecho hasta ahora, asumiendo la estructura de la red dada por el gráfico de la Figura 1, dependen de los valores introducidos en las Tablas 1 a 5. La Tabla 5 no parece especialmente cuestionable (siempre con matices), ya que que se basa simplemente en el tamaño de la población. Sin embargo, con el resto de las tablas no sucede lo mismo. Veremos algunos ejemplos de cómo afecta a los resultados obtenidos el cambio de algunos valores de las tablas.

- La Tabla 1, correspondiente al nodo Veredicto, asume un 1 % de inexactitud en el jurado en el sentido de sus obligaciones legales, es decir, con probabilidad 0.99 dará el veredicto de “Culpable” para un acusado si hay pruebas concluyentes en su contra, mientras que si no las hay, con la misma probabilidad dará el veredicto de “No culpable”. Pero, ¿qué pasaría si la inexactitud del jurado fuese diferente del 1 %? ¿cómo afectaría esto a la probabilidad de que el acusado sea culpable si ha sido declarado “No culpable”? La siguiente tabla recoge el cálculo de esta probabilidad para diferentes niveles de inexactitud del jurado, dependiendo de si conocemos o no sus antecedentes (con posterioridad a la emisión del veredicto) :

Probabilidad de **Culpable** = Sí

Si Veredicto = “No culpable”

	Inexactitud del jurado			
Condena previa similar ↓	**1** %	5 %	10 %	20 %
No evidencia sobre condena previa	**0.0741**	0.2918	0.4637	0.6579
Evidencia: condena previa	**0.0503**	0.2032	0.3476	0.5439
Evidencia: no condena previa	**0.0787**	0.3071	0.4820	0.6738

Tabla 6: Probabilidad de que el acusado sea culpable si ha sido declarado “No culpable”, según diferentes niveles de inexactitud del jurado y según evidencia sobre sus antecedentes.

Naturalmente, al aumentar la inexactitud del jurado aumenta la probabilidad de que el acusado sea culpable si ha sido declarado “No culpable”, y

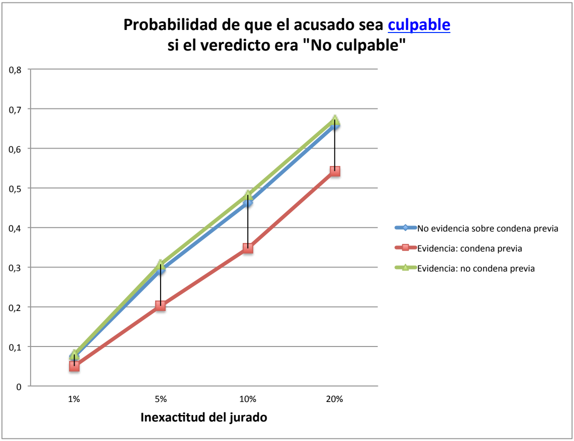


Figura 7: Evolución de la probabilidad de que el acusado sea culpable condicionada a las evidencias Acusado=Sí, Veredicto="No culpable", según se disponga o no de evidencia sobre sus antecedentes, al variar la inexactitud del jurado.

aumenta bastante aunque el nivel de inexactitud sea todavía tan bajo como un 5 %. En la Figura 7 se muestran gráficamente estas probabilidades.

Es importante remarcar que en todos los casos se mantiene la “falacia de la observación del jurado”, ya que la probabilidad de que el acusado sea culpable disminuye al conocer la evidencia de que tenía antecedentes.

- La Tabla 2 nos muestra las suposiciones de la RB sobre las probabilidades de que un sospechoso sea acusado de un delito, dependiendo de si hay pruebas concluyentes en su contra, y de si tiene antecedentes. Si nos restringimos al caso de que no se presenten pruebas concluyentes en contra del sospechoso, la probabilidad que hemos asumido de ser acusado (y juzgado) si tenía antecedentes, 0.02, es 2 000 veces la probabilidad de que lo sea si no los tenía (probabilidad 0.00001).

Ahora veremos en qué medida cambian el resto de las probabilidades al modificar esta suposición. Concretamente, compararemos 5 escenarios diferentes, siendo el anterior el Escenario 3. En la

Tabla 7 aparecen los escenarios, indicando en cada caso la probabilidad que asumimos de que el sospechoso sea acusado.

Probabilidad de **Acusado** = Sí

	Pruebas concluyentes →	No	
	Condena previa similar →	Sí	No
Escenario 1		0.10	0.00001
Escenario 2		0.05	0.00001
Escenario 3		**0.02**	0.00001
Escenario 4		0.01	0.00001
Escenario 5		0.005	0.00001

Tabla 7: Probabilidades de que el sospechoso sea acusado asumidas en diferentes escenarios, cuando no hay pruebas concluyentes en su contra, según tenga o no antecedentes.

Y en la siguiente tabla aparecen los resultados según los escenarios considerados:

Vemos que en los escenarios 4 y 5, la falacia no sería tal, ya que si el acusado ha sido declarado

Probabilidad de **Culpable** = Sí

Si Veredicto = "No culpable"

	Escenario				
Condena previa similar ↓	1	2	**3**	4	5
No evidencia de condena previa	0.0476	0.0611	**0.0741**	0.0799	0.0832
Evidencia: condena previa	0.0144	0,0236	**0.0503**	0.0917	0.1645
Evidencia: no condena previa	0.0787	0.0787	**0.0787**	0.0787	0.0787

Tabla 8: Probabilidad de que el acusado sea culpable si ha sido declarado "No culpable", según los diferentes escenarios de la Tabla 7.

"No culpable" y se conoce la evidencia de que tenía antecedentes, la probabilidad de que sea culpable es mayor que si no se conoce, o si se conoce que no los tenía. De todas formas, esta probabilidad sigue siendo pequeña (inferior a 0.5). Son escenarios en los que hemos asumido que la probabilidad de que el sospechoso sea acusado no habiendo pruebas concluyentes en su contra aunque sí teniendo antecedentes, era realmente muy pequeña. En el resto de los escenarios, la falacia se mantiene. En la Fi-

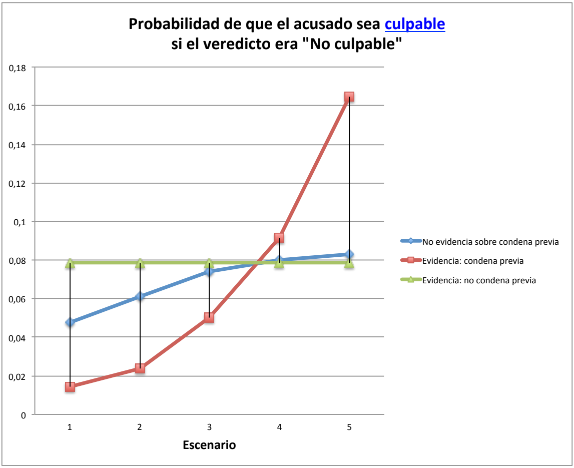


Figura 8: Evolución de la probabilidad de que el acusado sea culpable condicionada a las evidencias Acusado = Sí, Veredicto = "No culpable", según se disponga o no de evidencia sobre sus antecedentes, al variar el escenario según la lista de escenarios de la Tabla 7.

gura 8, los escenarios 4 y 5 se distinguen porque la línea de color rojo queda por encima de las otras dos (la falacia no es tal ya que la evidencia de antecedentes efectivamente aumenta la probabilidad de que el acusado sea culpable), a diferencia de lo que pasa con los escenarios 1 a 3, en que la línea de color rojo queda por debajo de las otras dos (se mantiene la falacia).

7. Conclusión

Las Redes Bayesianas tienen muchas aplicaciones en multitud de campos. Aquí nos hemos centrado en una aplicación en las Ciencias Sociales, donde ayudan en la modelización de algo tan fascinante y complejo a la vez como es el comportamiento humano. Concretamente, hemos visto en detalle el caso de la "falacia de la información del jurado", con el que hemos puesto en tela de juicio la manera en que procesamos la información contenida en las evidencias, cuando se trata de tomar una decisión a partir de ellas.

Un modelo del comportamiento humano es una representación matemática abstracta de las fuerzas que influyen en las acciones y decisiones de los individuos (como el entorno, otras personas, o la psicología particular de cada cual). Estas fuerzas, a diferencia de lo que pasa con los modelos físicos tradicionales, no siguen unas leyes o principios generales. Si considerásemos, por ejemplo, el comportamiento humano desde el punto de vista de la criminalística, una RB para estudiar el comportamiento criminal debería relacionar variables relativas a las acciones de un delincuente y a toda la información que se obtiene analizando la escena del crimen, por un lado, con las relativas a su perfil psicológico por otro. Así se descubrirían potenciales relaciones entre las variables del sistema a partir de una base de datos conteniendo los valores que toman las variables de la red para diferentes crímenes resueltos con anterioridad. Una vez construido el modelo de la RB, se utilizaría la Propagación Bayesiana, tal y como hemos hecho en el ejemplo de la "falacia de la observación del jurado" para predecir el perfil del criminal a partir de la información que se recoja en la escena del crimen. Estas predicciones, sometidas a incertidumbre pero cuya fiabilidad puede ser medida, pueden representar una valiosa herramienta en la toma de decisiones, por ejemplo en el sentido de reducir el número de sospechosos, a partir de las evidencias encontradas en la escena del crimen, o de ayudar en su identificación.

En la década de los años 80 del siglo XX, la FBI Behavioral Science Unit, pionera en la introducción del moderno *"perfil criminal"*, mostró que en cierto tipo de delitos (asesinatos sexuales, concretamente), existía una alta correlación entre el nivel de sofisticación del asesinato y las características del asesino, partiendo de la suposición básica de que delitos parecidos son cometidos por delincuentes similares. Construir un perfil criminal es un reto difícil, debido al gran número de variables que intervienen, así como al alto grado de incertidumbre que envuelve el acto criminal y su correspondiente investigación. Estas variables incluyen, en el caso de un homicidio, por ejemplo, las características de la víctima, el análisis de la escena del crimen, y el informe médico de la autopsia del cadáver. Por ello, una herramienta basada en la probabilidad como las RB, puede ser de gran utilidad en la determinación de los perfiles criminales. Ni Auguste Dupin, ni Sherlock Holmes pudieron usarla porque se desarrolló cuando ellos ya habían vivido sus aventuras, y no parece que las "pequeñas células grises" de Hercules Poirot llegaran nunca a saber de ella... aunque seguramente les hubiese interesado, como se puede deducir de la respuesta que da al doctor Constantine en su famosa aventura “Asesinato en el Orient Express”:

> -*¿Usted confía en la intuición..., en lo que los norteamericanos llaman la corazonada? -preguntó el doctor Constantine.*
>
> -*Nada de eso. Yo tengo en cuenta las probabilidades[...]*

8. Apéndice A

Al nodo Acusado le llegan dos flechas, la primera proviene del nodo Condena_previa_similar y otra del nodo Pruebas_concluyentes. Entonces, usando la Fórmula de la Probabilidad Total, a partir de la Tabla 2 tenemos que:

$$P(\text{Acusado} = \text{Si})$$
$$= P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{Si})$$

$$
\begin{aligned}
&\qquad\qquad \times P(\text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{Si})\\
&+ P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{No})\\
&\qquad\qquad \times P(\text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{No})\\
&+ P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas=No y CPS} = \text{Si})\\
&\qquad\qquad \times P(\text{Pruebas} = \text{No y CPS} = \text{Si})\\
&+ P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas=No y CPS} = \text{No})\\
&\qquad\qquad \times P(\text{Pruebas} = \text{No y CPS} = \text{No})\\
= {}& 0.9999 \times P(\text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{Si})\\
&\quad + 0.99 \times P(\text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{No})\\
&\quad + 0.02 \times P(\text{Pruebas} = \text{No y CPS} = \text{Si})\\
&\quad + 0.00001 \times P(\text{Pruebas} = \text{No y CPS} = \text{No})
\end{aligned}
$$

(y, una vez calculada, usaremos que $P(\text{Acusado} = \text{No}) = 1 - P(\text{Acusado} = \text{Si})$). Ahora tenemos que calcular las probabilidades que aparecen en la expresión anterior, teniendo en cuenta que habremos de condicionar a la variable **Culpable**, ya que este nodo envía flecha tanto al Pruebas_concluyentes como al Condena_previa_similar. Por ejemplo, la primera de ellas se calcula así:

$$
\begin{aligned}
P(\text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{Si}) \\
&= P(\text{Pruebas=Si y CPS} = \text{Si}\,/\,\text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\qquad \times P(\text{Culpable} = \text{Si}) \\
&+ P(\text{Pruebas=Si y CPS} = \text{Si}\,/\,\text{Culpable} = \text{No}) \\
&\qquad \times P(\text{Culpable} = \text{No}) \\
&= P(\text{Pruebas=Si}\,/\,\text{CPS=Si y Culpable} = \text{Si}) \\
&\qquad \times P(\text{CPS} = \text{Si}\,/\,\text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\qquad \times P(\text{Culpable} = \text{Si}) \\
&+ P(\text{Pruebas} = \text{Si}\,/\,\text{CPS} = \text{Si y Culpable} = \text{No}) \\
&\qquad \times P(\text{CPS} = \text{Si}\,/\,\text{Culpable} = \text{No}) \\
&\qquad \times P(\text{Culpable} = \text{No})
\end{aligned}
$$

donde para obtener la primera igualdad hemos usado la Fórmula de la Probabildad Total, y para la segunda, con

$$A : \text{Pruebas} = \text{Si},\ B : \text{CPS} = \text{Si y } C : \text{Culpable} = \text{Si}$$

en el primer sumando, y análogamente en el segundo, cambiando C por Culpable $=$ No, hemos utilizado la siguiente propiedad de la probabilidad condicionada:

$$P(\,(A \text{ y } B)/C\,) = P(\,A/(B \text{ y } C)\,)\,P(B/C)$$
$$\text{si} \quad P(B \text{ y } C) > 0$$

Y a continuación usaremos que si A y B son **condicionalmente independientes dado** C, se tiene que $P(A/(B \text{ y } C)\,) = P(A/C)$, es decir, conociendo la información de C, la información añadida de B no afecta a la probabilidad de A. Por tanto, en este caso,

$$P(\,(A \text{ y } B)/C\,) = P(A/C)\,P(B/C)$$
$$\text{si} \quad P(B \text{ y } C) > 0$$

es decir,

$$P(\text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{Si})$$
$$= P(\text{Pruebas} = \text{Si}\,/\,\text{Culpable} = \text{Si})$$

$$
\begin{aligned}
&\times P(\text{CPS} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\times P(\text{Culpable} = \text{Si}) \\
&+ P(\text{Pruebas} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{No}) \\
&\times P(\text{CPS} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{No}) \\
&\times P(\text{Culpable} = \text{No}) \\
&= 0.95 \times 0.01 \times 0.0001 \\
&\quad + 0.000001 \times 0.0001 \times 0.9999 \\
&\cong 9.5 \times 10^{-7}
\end{aligned}
$$

donde hemos usado los valores de las Tablas 3, 4 y 5.

La justificación de que A : Pruebas $=$ Si y B : CPS $=$ Si son condicionalmente independientes dado C : Culpable $=$ Si (y análogamente con C : Culpable $=$ No) se basa en que las variables **Pruebas concluyentes** y **Condena previa similar** son **condicionalmente independientes** dada la variable **Culpable**, puesto que si sabemos que el acusado es culpable, entonces la probabilidad de que haya pruebas concluyentes en su contra **no dependerá** de si ha habido condena previa similar. En el gráfico de la RB (Figura 1 y siguientes) esto se refleja en el hecho de que del nodo Culpable salen sendas flechas a los nodos Pruebas_concluyentes y Condena_previa_similar, pero que entre estos dos nodos no hay flechas.

De esta manera se irían calculando las probabilidades necesarias para obtener las probabilidades marginales del nodo Acusado, y llegaríamos a que $P(\text{Acusado} = \text{Si}) = 0.0001070481446 \cong 0.0001$ y $P(\text{Acusado} = \text{No}) = 1 - 0.0001070481446 = 0.9998929519 \cong 0.9999$.

9. Apéndice B

En este apéndice, usando la Fórmula de la Probabilidad Total vamos a calcular

$$P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si})$$

de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
&P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\quad = P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{Si} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \text{y Culpable} = \text{Si}) \quad (4) \\
&\qquad\quad \times P(\text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \quad (5) \\
&\quad + P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{No} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \text{y Culpable} = \text{Si}) \\
&\qquad\quad \times P(\text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{No} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\quad + P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas} = \text{No y CPS} = \text{Si} \\
&\qquad\qquad\qquad\qquad \text{y Culpable} = \text{Si}) \\
&\qquad\quad \times P(\text{Pruebas} = \text{No y CPS} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\quad + P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas} = \text{No y CPS} = \text{No}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \text{y Culpable} = \text{Si}) \\
&\quad \times P(\text{Pruebas} = \text{No y CPS} = \text{No} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&= P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{Si}) \\
&\qquad\qquad \times P(\text{Pruebas} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\qquad\qquad\qquad \times P(\text{CPS} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\quad + P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas} = \text{Si y CPS} = \text{No}) \\
&\qquad\qquad \times P(\text{Pruebas} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\qquad\qquad\qquad \times P(\text{CPS} = \text{No} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\quad + P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas} = \text{No y CPS} = \text{Si}) \\
&\qquad\qquad \times P(\text{Pruebas} = \text{No} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\qquad\qquad\qquad \times P(\text{CPS} = \text{Si} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\quad + P(\text{Acusado} = \text{Si} \,/\, \text{Pruebas} = \text{No y CPS} = \text{No}) \\
&\qquad\qquad \times P(\text{Pruebas} = \text{No} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\qquad\qquad\qquad \times P(\text{CPS} = \text{No} \,/\, \text{Culpable} = \text{Si})
\end{aligned}
$$

donde, por ejemplo, para desarrollar la probabilidad (4) hemos usado que condicionando a que sabemos que hay pruebas concluyentes y a que tiene antecedentes, la probabilidad de que el sospechoso sea acusado no depende de si es o no culpable (en la RB, no hay ninguna flecha directa del nodo Culpable al nodo Acusado, y para la probabilidad (5) usamos la independencia entre las variables **Pruebas concluyentes** y **Condena previa similar** condicionada a la variable **Culpable**. Análogamente a como tratamos el primer sumando en el desarrollo de la probabilidad, se tratan los otros tres. De esta manera, después de hacer estos pesados cálculos obtendríamos

$$
\begin{aligned}
&P(\text{Acusado} = \text{Si}/\text{Culpable} = \text{Si}) \\
&\quad = 0.9999 \times 0.95 \times 0.01 + 0.99 \times 0.95 \times 0.99 \\
&\qquad + 0.02 \times 0.05 \times 0.01 + 0.00001 \times 0.05 \times 0.99 \\
&\quad = 0.940604545\,.
\end{aligned}
$$

Referencias

[1] Aitken, Colin and Taroni, Franco, Statistics and the Evaluation of Evidence for Forensic Scientists. Second Edition. Wiley (Series Statistics in Practice), 2004.

[2] Brown v. Farwell, 525 F.3d 787, 796 (2008).

[3] Dillehay, R.C; Barry-Gabier P.J. and Dahir V, La evolución del Jurado en los casos criminales. Una comparación psicosocial del jurado americano y español. *Psicología Política*, **20**, 93-122 (2000).

[4] Edwards, W. Influence diagrams, Bayesian imperialism, and the *Collins* case: an appeal to reason. *Cardozo Law Review*, **13**, 1025-1079 (1991).

[5] Fenton, Norman and Neil, Martin, The "Jury Observation Fallacy" and the use of Bayesian Networks to present Probabilistic Legal Arguments. *Mathematics Today (Bulletin of the IMA)*, **36(6)**, 180-187 (2000).

[6] Fenton, Norman and Neil, Martin, Avoiding Probabilistic Reasoning Fallacies in Legal Practice using Bayesian Networks. *Austl. J. Leg. Phil.* **114** (2011).

[7] Kadane, J.B. and Schum, D.A. A probabilistic Analysis of the Sacco and Vanzetti Evidence. Wiley, 1996.

[8] People v. Collins, 438 P. 2d 33 (68 Cal. 2d 319 1968).

[9] Thagard, P. Why wasn't O.J. convicted? Emotional coherence in legal inference. *Cognition and Emotion*, **17**, 361-383 (2003).

[10] Thompson, William C., Letter to the Editor – The Prosecutor's Fallacy in George Clarke's "Justice and Science: Trials and Triumphs of DNA Evidence", *J Forensic Sci*, March 2009, Vol 54, no. 2.

Notes

[1]A los jurados en los juicios penales americanos se les pide que decidan si la evidencia mostrada prueba, "más allá de una duda razonable", que el demandado es culpable. En España los jurados deciden la culpabilidad y tienen además otras responsabilidades (ver La Ley del Jurado, 1996): deben votar cada uno de los hechos que el juez formule y razonar por escrito la decisión tomada, y pueden votar la remisión condicional de la pena o su indulto en la sentencia [3].

[2]"The Mueller Report indicates that Romero's

testimony was unreliable for two main reasons. First, Romero testified that there was a 99.99967 percent chance that Troy's DNA was the same as the DNA discovered in Jane's underwear -or, in other words, that the science demonstrated a near 100 percent chance of Troy's guilt-. This assertion was incorrect, as it falls directly into what has become known as the "prosecutor's fallacy". The prosecutor's fallacy occurs when the prosecutor elicits testimony that confuses source probability with random match probability. Put another way, a prosecutor errs when he "presents statistical evidence to suggest that the [DNA] evidence indicates the likelihood of the defendant's guilt rather than the odds of the evidence having been found in a randomly selected sample" (United States v. Shonubi, 895 F. Supp. 460, 516 (E.D.N.Y. 1995))[...] the prosecutor's fallacy could lead to serious error, particularly where the other evidence in the case is weak and therefore the prior probability of guilt is low" [2]

[3]En este contexto, las "posibilidades" (*odds* en inglés) son el cociente entre el coste de una apuesta en favor de una proposición y la recompensa que se obtiene si se gana dicha apuesta. Por ejemplo, diremos que las "posibilidades" a favor de una proposición son $1 : 19$ si costando por ejemplo 1 euro apostar en su favor, recibiremos 20 euros si ganamos la apuesta (la recomensa sería de $20 - 1 = 19$ euros). Las "posibilidades" pueden o no tener relación con probabilidades. Así, en el primer caso se habla de "posibilidades justas" (*fair odds* en inglés) en favor de H para referirnos al cociente entre la probabilidad de H y la de su contraria, $P(H)/P(H^c)$.

[4]Hugin Lite 7.7 es una versión de demostración gratuita del programa Hugin Developer/Hugin Re-

searcher y se puede descargar desde la página http://www.hugin.com/productsservices/demo/hugin-lite

Departament de Matemàtiques
Universitat Autònoma de Barcelona
delgado@mat.uab.cat

Publicat el 26 de novembre