

Eines informàtiques (MAPLE)

Pràctica 2

Matemàtiques per a ensenyants, curs 2002-2003.

2 Àlgebra lineal i equacions mòdul n

2.1 Problema

Considereu el joc que podeu trobar a

<http://mat.uab.es/cirera/joc.html>

Quantes solucions té?

2.2 Plantejament

Numerem les caselles entre 1 i 25. Apretar la casella i es correspon a sumar un vector de $v_i \in (\mathbb{Z}/2\mathbb{Z})^{25}$ amb uns a la casella i i a les caselles que tenen un costat en comú amb aquesta, i la resta de valors 0. Trobar una solució al joc és trobar una solució al sistema

$$\sum_{i=1}^{25} \lambda_i v_i = (1, \dots, 1),$$

on $\lambda_i \in \mathbb{Z}/2\mathbb{Z}$. La manera de interpretar la solució és apretar la casella i si $\lambda_i = 1$ i no apretar-la si $\lambda_i = 0$.

2.3 Maple

Consulteu l'ajuda de les funcions `mod` i `msolve` per a esbrinar les funcions que permeten treballar a $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Per a entrar les dades de forma matricial, consuleu les funcions del paquet **LinearAlgebra**.

2.4 Solució

Aquí veiem una possible solució del joc:

```
> with(LinearAlgebra);
> m:=IdentityMatrix(25,25,compact=false);
> for i from 0 to 4 do
  for j from 1 to 4 do
    m[5*i+j,5*i+j+1]:=1;
  od;
od;
> for i from 0 to 4 do
  for j from 2 to 5 do
    m[5*i+j,5*i+j-1]:=1;
  od;
od;
```

```
> for i from 1 to 4 do
  for j from 1 to 5 do
    m[5*i+j,5*(i-1)+j]:=1;
  od;
od;
> for i from 0 to 3 do
  for j from 1 to 5 do
    m[5*i+j,5*(i+1)+j]:=1;
  od;
od;
> m;
> v:=Vector(1..25,1);
> s:=Linsolve(Transpose(m),v) mod 2;
> for i from 1 to 25 do print(s[i]); od;
```

2.5 Exercici

Exercici 2.1

Feu una funció (o procediment) `sol` que donats n i m retorni la solució al joc per al cas general $n \times m$. Tenen tots els casos solució?