

Eines informàtiques (MAPLE)

Pràctica 8

Matemàtiques per a ensenyants, curs 2002-2003.

8 Aproximació de funcions

8.1 Polinomi interpolador

Recordem que Maple pot representar gràficament un núvol de punts $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ amb la funció `plot`.

Exercici 8.1

Definiu una llista `l1` com els següents punts de $\mathbb{R}^2$: $(0, 2)$, $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$, $(4, 2)$, $(5, 1)$, $(6, 2)$, $(7, 1)$, $(8, 2)$, $(9, 1)$ i $(10, 2)$. Dibuixeu en una gràfica el núvol de punts corresponent.

Donats n punts $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ amb $x_i \neq x_j$ si $i \neq j$ existeix un polinomi p de grau menor o igual a $n - 1$ complint que $p(x_i) = y_i$ per a tot $i = 1..n$, que anomenem *polinomi interpolador*. La funció que calcula polinomis interpoladors està al paquet **CurveFitting** i s'anomena `PolynomialInterpolation`.

Exemple 8.1

Si volem calcular el polinomi que interpola els punts $(0, 0)$, $(1, 1)$ i $(2, 4)$, que ha de ser de grau menor o igual a 2, ho podem fer amb Maple:

```
> with(CurveFitting);  
> l1:=[[0,0],[1,1],[2,4]]:  
PolynomialInterpolation(l1,x);
```

Exercici 8.2

Calculeu el polinomi interpolador p als punts de l'exercici anterior. Quan val el polinomi avaluat al punt 5? I al punt 9.5? Feu la representació gràfica dels punts i el polinomi interpolador.

8.2 Spline

Una altra opció per a trobar funcions que passin per punts fixats és “*agrupar*” els punts en subconjunts més petits i calcular el polinomi de grau més petit per a cada un dels subconjunts. Per exemple, podem considerar

que la unió dels punts mitjançant segments es correspon a considerar els punts de dos en dos i considerar el polinomi de grau 1 (recta) que els uneix.

Dins el paquet **CurveFitting** tenim la funció **Spline** (la **S** en majúscules) per a definir aquestes noves aproximacions.

Exemple 8.2

Si volem unir els punts $(0,0)$, $(1,1)$ i $(2,4)$ amb rectes escrivim:

```
> ll:=[[0,0],[1,1],[2,4]]:
   Spline(ll,x,degree=1);
```

On l'opció **degree=1** és per a definir el grau dels polinomis que estem calculant.

Exercici 8.3

Dibuixeu tres gràfiques amb els “*splines*” de graus 1, 2 i 3 de la llista de punts de l'exercici 8.1 .

8.3 Exercicis

Exercici 8.4

Feu una funció (o procediment) **dibuix** que fixada una llista de punts dibuixi de colors diferents el núvol de punts, els segments que uneixen els punts, el “*spline*” de grau 2, el “*spline*” de grau 3 i el polinomi interpolador en una sola gràfica.

Exercici 8.5

Considereu la llista de punts:

```
ll11:= [[-9,1], [-8,1], [-7,1], [-6,1], [-5,2], [-4,3], [-3,5], [-2,8], [-1,12], [0,16],
        [1,12], [2,8], [3,5], [4,3], [5,2], [6,1], [7,1], [8,1], [9,1]].
```

Dibuixeu el núvol de punts en una gràfica. Apliqueu la funció **dibuix** de l'exercici anterior a aquest núvol de punts. Que observeu?

Exercici 8.6

Definiu una funció **aproxf** que depengui de 4 paràmetres **f**, **a**, **b**, **n** que dibuixi la funció **f** entre **a** i **b** i el polinomi de grau menor o igual a **n** que interpoli a **n+1** punts equiespaiats entre **a** i **b** (inclosos).

Exercici 8.7

Apliqueu la funció **aproxf** a la funció $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ entre -5 i 5 i per als valors de **n** 1, 3, 6, 10 i 15. Què observeu?