

Pràctiques integrades

Pràctica 5

Matemàtiques, curs 2001-2002.

5 Funcions: definir, avaluar i fer-ne gràfics

En aquesta secció aprendreu com definir una funció $f(x)$ en Maple. La resta de la secció tracta de com avaluar funcions, resoldre equacions on hi ha funcions, i de com fer gràfiques de funcions.

```
> restart;
```

5.1 Definir i esborrar una funció en Maple

Per a distingir entre una funció i una expressió, Maple necessita una notació especial quan es defineix una funció. Per exemple, la funció $f(x) = \cos(\pi x) + 3$ s'introdueix en Maple com:

```
> f:=x->cos(Pi*x)+3;
```

Preneu nota de la sintaxi que utilitzem. És **absolutament necessari** introduir la fletxa “->” construïda amb el signe “menys” i un símbol “més gran que”. **Maple no definirà una funció** si introduïu $f(x) := \cos(\pi x) + 3$.

A continuació podeu veure una comparació entre una expressió i una funció. Fixeu-vos amb la diferència de la sintaxi i en com dóna el resultat Maple per a cada un dels dos casos.

```
> y:=(x + 2)/(x^3 + 5*x + 2);
```

```
> f:=x->(x + 2)/(x^3 + 5*x + 2);
```

Les funcions necessiten sempre una fletxa quan s'han d'introduir; en el resultat que dóna Maple també hi ha d'haver una fletxa. Verifiqueu sempre que en el resultat hi ha la fletxa per a confirmar que heu definit una funció.

Exercici 5.1

Definiu la funció $h(x) = x^3 \sin(2x + 1)$.

Quan ja heu definit una funció, Maple recorda aquesta funció durant tota la sessió de treball. Si voleu substituir la funció per una nova definició, simplement reescriuiu la definició. Per exemple, si voleu substituir la funció anterior $f(x)$ per $\ln(\cos(5x))$, escriviu:

```
> f:=x->ln(cos(5*x));
```

Podeu confirmar el valor actual de la funció $f(x)$:

```
> f(x);
```

Si voleu esborrar la funció $f(x)$ sense definir-la de nou, escriviu:

```
> f:='f';
```

Sempre és una bona idea esborrar les funcions que tingueu quan comenceu un problema nou. De forma alternativa també podeu utilitzar la comanda `restart` per a netejar tot el que hi hagi en la memòria de la sessió.

5.2 Avaluar una funció

Quan heu definit una funció, podeu avaluar-la per a diferents valors o per a expressions literals utilitzant la notació funcional. Abans de definir la funció netegem el valor de `f`.

```
> f:='f';
> f:=x->3*x+x^2;
> f(-1);
> f(2+sqrt(5));
> evalf(f(2+sqrt(5)));
> f(x+4);
> simplify(%);
> (f(x+h)-f(x))/h;
> simplify(%);
```

Si intervenen més d'una funció, la composició de funcions és fàcil de fer.

```
> g:=x->cos(x)+1;
> f(g(Pi/3));
> j:=x->g(f(x));
> j(x);
```

Exercici 5.2

Definiu la funció $s(t) = \frac{3+t^2}{\sqrt{3t+1}}$ i feu que Maple calculi $s(2)$, $s(t-3)$ i $s(t) - s(3)$ simplificant els resultats. No oblideu la notació de la fletxa!

5.3 Resoldre equacions en les que intervenen funcions

Quan heu definit una funció, podeu resoldre equacions amb aquesta funció de manera exacta o aproximada:

```
> g:='g';  
> g:=t->t^3-6*t^2+6*t+8;  
> solve(g(t)=0,t);  
> fsolve(g(t)=0,t);
```

5.4 Gràfics de funcions

La comanda plot funciona igualment per a funcions:

```
> h:='h'; y:='y'; x:='x';  
> h:=x->x*exp(-x);  
> plot(h(x),x=-1..4,y=-2..1);
```

Es poden dibuixar gràfics de diferents funcions simultàniament de la mateixa manera que es fa per a les expressions.

Considereu la funció $f(x) = \frac{2}{x^2+1}$. A continuació fem el gràfic d'aquesta funció i dels seus desplaçaments horitzontals $f(x+1)$, $f(x-3)$ i $f(x-6)$. Podeu identificar cada un d'aquests gràfics?

```
> f:=x->2/(x^2+1);  
> plot([f(x),f(x+1),f(x-3),f(x-6)],x=-5..10,y=-1..3);
```

Exercici 5.3

Definiu la funció $f(x) = 2x - |x^2 - 5|$ després responeu a les qüestions següents:

- Quin és el valor de $f(6.5)$
- Simplifiqueu el valor de $f(z-4)$, on z és una variable.
- Feu el gràfic de $f(x)$.
- Determineu els valors de x per als que $f(x) = 0$.

Exercici 5.4

Definiu les funcions $g(x) = 5e^{x/2}$ i $h(x) = x + 10$ i feu el següent:

- Dibuixeu un gràfic que mostri les dues funcions $g(x)$ i $h(x)$. Experimenteu amb diferents valors per al domini i per al recorregut.
- Feu una estimació del punt d'intersecció d'aquests dos gràfics utilitzant el botó esquerra del ratolí.
- Utilitzeu la comanda `fsolve( )` per a resoldre l'equació $g(x) = h(x)$. Com es relaciona la solució d'aquesta equació amb el que heu obtingut en l'apartat (b)?

Exercici 5.5

Definiu la funció $k(x) = x + 3\sin(2x)$, després feu el següent:

- Dibuixeu el gràfic d'aquesta funció en el domini $[-1, 8]$.
- Modifiqueu el dibuix de l'apartat (a) per tal que inclogui la línia horitzontal $y = 4$. Utilitzeu aquest nou gràfic per a estimar el nombre i els valors aproximats dels x tals que $k(x) = 4$.
- Quina funció única haurieu de dibuixar per a obtenir la mateixa informació que en l'apartat (b)?
- Utilitzeu la comanda de Maple `fsolve( )` per a aproximar totes les solucions de l'equació $k(x) = 4$.