

Pràctiques integrades

Pràctica 11

Matemàtiques, curs 2001-2002.

11 Estudi d'una cònica

Volem considerar una cònica a partir de la seva equació, per exemple:

$$x^2 + 2y^2 + \sqrt{8}xy + 4x - \sqrt{8}y + 6 = 0 \quad (1)$$

i classificar-la, obtenint una cònica equivalent centrada a l'origen i amb un eix l'eix de les x .

11.1 Dibuix de la cònica

Maple permet dibuixar les solucions d'una equació amb dues variables. Per a això s'utilitza la funció `implicitplot` que està al paquet **plots**.

Exercici 11.1

Dibuixeu la cònica de $\mathbb{R}^2$ de l'equació (1).

11.2 Classificació de la cònica

Per a classificar la cònica primer hem de fer una rotació d'angle α , on α es dedueix de l'equació:

$$\tan(2\alpha) = \frac{\text{coeficient de } xy}{\text{coef. de } y^2 - \text{coef. de } x^2} \quad (2)$$

Exercici 11.2

Escriuiu el sinus i el cosinus d' α en funció de $\tan(2\alpha)$.

Per a escriure una rotació d'angle α cal fer la transformació:

$$\begin{array}{lcl} z & = & \cos(\alpha)x - \sin(\alpha)y \\ t & = & \sin(\alpha)x + \cos(\alpha)y \end{array} \quad \text{o bé} \quad \begin{array}{lcl} x & = & \cos(\alpha)z + \sin(\alpha)t \\ y & = & -\sin(\alpha)z + \cos(\alpha)t \end{array}$$

on z i t són el nom dels nous eixos on situem la cònica.

Exercici 11.3

Apliqueu una rotació d'angle α , amb l' α de l'equació (2) a la cònica de l'equació (1).

D'aquesta manera, la cònica actual té l'eix (o els eixos) paral·lel a un dels eixos de coordenades, i no hi ha cap coeficient que multipliqui a zt .

Ara falta traslladar la cònica fins a centrar-la a l'origen. Per tant, si u i v són les noves coordenades, hem de fer:

$$\begin{aligned} u &= z - a \\ v &= t - b \end{aligned}$$

$$\text{on } a = \frac{\text{coef. } z}{2 \text{ coef. } z^2} \text{ i } b = \frac{\text{coef. } t}{2 \text{ coef. } t^2}.$$

Exercici 11.4

Apliqueu la translació corresponent a la cònica de l'exercici anterior. Podeu classificar la cònica? Doneu els eixos, la directriu i els focus d'aquesta.

Exercici 11.5

Determineu el focus, l'eix i la directriu de la cònica de l'equació (1).

11.3 Exercicis**Exercici 11.6**

Classifiqueu la cònica donada per l'equació:

$$13x^2 + 150x - 171 - 10xy - 102y + 13y^2 = 0$$

Trobeu el/els focus, el/els eixos i el centre.

Exercici 11.7

Classifiqueu la cònica donada per l'equació:

$$3x^2 - 2y^2 - 4xy - 3x + 2y - 4 = 0$$

Trobeu el/els focus, el/els eixos i el centre.