

Pràctiques Integrades 1er de Matemàtiques

Pràctica 9

curs 2002–03

9 Problemes per a practicar

Problema 1

Doneu el nom y al nombre $\frac{2\pi}{3}$ i després determineu el valor exacte i una aproximació decimal per a: y^2 , \sqrt{y} i $\cos(y)$.

Problema 2

Factoritzeu els següents polinomis sobre \mathbb{Q} , \mathbb{R} i \mathbb{C} : $x^8 - 2x^4 + 1$, $x^4 + 1$ (Indicació: si cal consulteu l'ajuda de la funció **factor**).

Problema 3

Introduïu la funció $f(x) = 20x + 30x^2 - \sqrt{46 - x^2}$ i determineu el valor aproximat de $f(3.29) + f(-3.1)$ amb 20 decimals.

Problema 4

Determineu el valor aproximat de T en la fórmula $T = \sqrt{\frac{2a-3b^2}{c-20}}$ quan $a = 4.6$, $b = -3.8$ i $c = 2.9$.

Problema 5

Si $f(x) = x^2 - 2x + 3$, calculeu i simplifiqueu $f(3t + 2)$.

Problema 6

Quan multipliquem l'expressió $(x - 4)^2(x + 1)^3$ s'obté un polinomi de grau cinc. Quin és el coeficient de x^2 en aquest polinomi? Busqueu amb quina instrucció podem obtenir aquest coeficient. Fabriqueu una llista amb tots els coeficients d'aquest polinomi ordenats des del terme independent fins al de grau 5.

Problema 7

Feu el gràfic de les expressions $\cos(x)$ i $\cos(x)\sin(10x)$ sobre l'interval $[0, 2\pi]$ i amb eix d'ordenades entre -2 i 2 . Després feu el gràfic de les mateixes expressions a l'interval $[0, 4\pi]$. Determineu els punts de tall d'aquestes gràfiques de forma exacta (el més simple possible) i aproximada.

Problema 8

Recordeu que quan els nombres racional tenen una expressió decimal infinita, a partir d'un lloc d'aquesta expressió les xifres s'han de repetir. Un exemple prou familiar és la fracció $\frac{1}{3} = .33333333\dots$ on el dígit 3 es repeteix. Una mica més interessant és l'expressió decimal de $\frac{33}{14} = 2.3571428571428\dots$ on la part que es repeteix és 571428. Ara fixeu vos amb l'expressió decimal de la fracció $\frac{2}{19}$. Podeu identificar el període? Investigueu totes les longituds possibles de períodes de fraccions $\frac{a}{19}$ amb a enter.

Problema 9

a) Dibuixeu en un gràfic els punts següents:

$$(1, 0.53), (1.5, 0.65), (2, 0.91), (2.5, 0.95), (3, 1.10)$$

b) Feu un dibuix que contingui els punts anterior i, a més, les gràfiques de les funcions $f(x) = \sin(\frac{x}{2})$ i $g(x) = \frac{x^2}{5}$.

Utilitzeu el vostre dibuix per a decidir quina de les dues funcions s'ajusta millor a aquest conjunt de punts.

Problema 10

Aproximeu les solucions reals de l'equació $x^4 - 4x^3 + 3x - 12 = 0$.

Problema 11

Aproximeu totes les solucions reals de l'equació $x^4 - 4x^3 = \cos(3x) + 3$.

Problema 12

Els gràfics de $f(x) = 20 - x$ i $h(x) = 1.012^x$ s'intersequen en un punt. Utilitzeu les habilitats de solució numèrica de Maple per aproximar les coordenades d'aquest punt d'intersecció. Comenceu introduint una equació apropiada per a resoldre. Comproveu la vostra resposta fent un dibuix que mostri la intersecció dels gràfics.

Problema 13

Resoleu respecte r l'equació: $r(pk - 18m) = \frac{32(2-prm)}{m^2}$. Assegureu-vos de que heu introduït correctament l'equació. En particular, comproveu que heu utilitzat un $*$ per a totes les multiplicacions.

Problema 14

Considereu la funció $f(x) = \frac{1}{7}(x^3 + 2)$. Associada a aquesta funció i a un punt inicial a es pot construir una successió x_n considerant

$$x_1 = a, \quad x_{n+1} = f(x_n)$$

que per a molts valors de a tendeix a un valor l tal que $f(l) = l$.

Feu un procediment que determini, a partir d'un punt inicial a i d'un valor err , el valor del n per al que la diferència entre x_n i x_{n+1} té un valor absolut menor que err .

Apliquen el procediment per a $a := 1$. i $err := 10^{-8}$.