

Nom:	DNI:
------	------

1. [1 punt] Definiu *grup fonamental* d'un espai topològic.

2. [1,5 punts] Marqueu amb una X la resposta que considereu correcta. SÍ NO

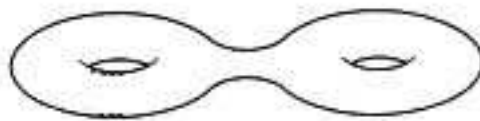
- | | | |
|---|---|---|
| (i) Tota aplicació contínua del disc tancat en ell mateix té una infinitat de punts fixos. | □ | □ |
| (ii) L'únic grup lliure que admet una presentació sense relacions és $\mathbb{Z}$. | □ | □ |
| (iii) Si $p : \tilde{X} \rightarrow X$ és un espai recobridor, aleshores p és una aplicació oberta. | □ | □ |
| (iv) Si X_f s'obté adjuntant una 3-cel·la a X via l'aplicació f , el grup fonamental de X_f és un quocient del grup fonamental de X per un subgrup d'índex 2. | □ | □ |
| (v) Per a tota aplicació contínua $f : S^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, existeixen sempre punts antipodals amb la mateixa imatge. | □ | □ |
| (vi) El grup fonamental del tor sòlid és $\mathbb{Z}$. | □ | □ |

3. [2 punts] El polinomi $f(z) = (z - 5)(z - 4)z = z^3 - 9z^2 + 20z$ defineix una aplicació contínua de $S^1 \subset \mathbb{C}$ en ell mateix:

$$\begin{aligned} \varphi : S^1 &\longrightarrow S^1 \\ z &\longmapsto \frac{f(z)}{|f(z)|}. \end{aligned}$$

Escreveu una homotopia explícita entre φ i l'aplicació $z \mapsto z^3$.

4. [2 punts] Calculeu el grup fonamental de la suma connexa de dos tors.



5. [2 punts] Sigui $G' \leq G$ un subgrup. Suposem que tenim una acció pròpiament discontinua de G sobre un espai connex Y , amb recobriment $p : Y \rightarrow Y/G$. Llavors tenim també una acció de G' sobre Y , i per tant un altre recobriment $p' : Y \rightarrow Y/G'$, i una aplicació induïda $q : Y/G' \rightarrow Y/G$:

$$\begin{array}{ccc} & Y & \\ p' \swarrow & & \searrow p \\ Y/G' & \xrightarrow{q} & Y/G. \end{array}$$

Demostreu que q és un recobriment.

6. [1,5 punts] Si $p : \tilde{X} \rightarrow X$ és un espai recobridor universal, demostreu que, per a tot $x_0 \in X$, hi ha una bijecció entre $\pi_1(X, x_0)$ i $p^{-1}(x_0)$.