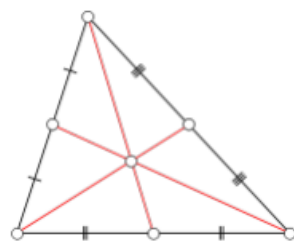


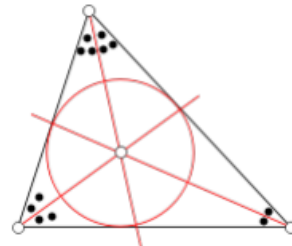
Problemes Geometria

Els següents problemes es poden fer servir:

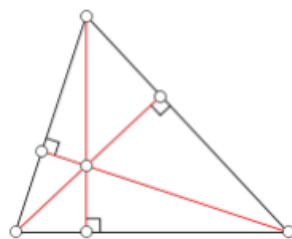
- (1) Teorema de Pitàgores,
- (2) Àrea del triangle,
- (3) Teorema de Tales,
- (4) Semblança de triangles,
- (5) Angles inscrits,
- (6) Punts notables,
- (7) Teorema del sinus i del cosinus



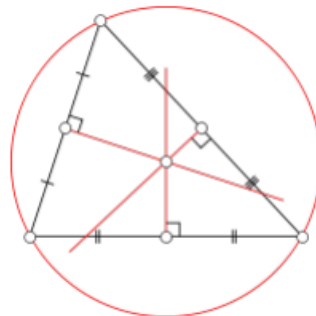
Baricentre



Incentre



Ortocentre



Circumcentre

FIGURA 1. Font: <https://dibuixaresdivertit.blogspot.com>

1. [LVIII 4] Tres cercles són tangents entre ells dos a dos, i són també tots tres tangents a una mateixa recta. Si denotem per $R_1 > R_2 > r$ els radis d'aquests tres cercles, demostreu que

$$\frac{1}{\sqrt{r}} = \frac{1}{\sqrt{R_1}} + \frac{1}{\sqrt{R_2}}.$$

2. [LIII 3] Donat un triangle $\triangle ABC$ considerem un punt D del segment AC tal que $DC = 2AD$. Sigui I el centre de la circumferència inscrita al triangle $\triangle BDC$ i sigui E el punt de tangència d'aquesta circumferència amb el costat BD . Si $BD = BC$, demostreu que les rectes AE i DI són paral·leles.
3. [LVI 1] Sigui Γ una circumferència i siguin P, P_1, P_2, P_3, P_4 cinc punts sobre ella. Demostreu que el producte de les distàncies de P a les rectes P_1P_2 i P_3P_4 és igual al producte de les distàncies de P a les rectes P_1P_3 i P_2P_4 .
4. [LX 5] Sigui $\triangle ABC$ un triangle amb mitjanes de longitud m_a, m_b, m_c . Sigui $\triangle PQR$ un triangle que té per costats m_a, m_b, m_c , i siguin d_a, d_b, d_c les distàncies del baricentre d'aquest triangle al seus vèrtexs. Demostreu que
 - (a) $d_a + d_b + d_c = s$
 - (b) $[PQR] = \frac{3}{4}[ABC]$
 on s és el semiperímetre de $\triangle ABC$, i $[PQR]$ i $[ABC]$ són les àrees dels triangles $\triangle PQR$ i $\triangle ABC$.
5. [LIII 5] Siguin OA, OB dos radis d'una circumferència de centre O . Des d'un punt P d'aquesta circumferència es tracen perpendiculars a les rectes OA i OB . Siguin R, S els peus d'aquestes perpendiculars. Demostreu que la distància RS no depèn de la posició del punt P sobre la circumferència.