

ESGLAONANT LA MATRIU (MÈTODE DE GAUSS)

①

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \xrightarrow{F_1 \leftrightarrow F_2} \begin{vmatrix} -2 & 0 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \xrightarrow{F_4 + \frac{3}{2}F_1}$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 15/2 & 5/2 & 6 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{F_4 - 3F_2 \\ F_5 - 2F_2}} \begin{vmatrix} -2 & 0 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 21/2 & -13/2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -7 & -2 \end{vmatrix} \xrightarrow{\substack{F_4 + \frac{21}{4}F_3 \\ F_5 + \frac{3}{2}F_3}}$$

$$\begin{vmatrix} -2 & 0 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 21/4 \\ 0 & 0 & 0 & -4 & -19/2 \end{vmatrix} \xrightarrow{F_5 + F_4} \begin{vmatrix} -2 & 0 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 21/4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 19/4 \end{vmatrix}$$

$$= - (-2) \cdot 1 \cdot (-2) \cdot 4 \cdot \frac{19}{4} = - 19 \cdot 4 = -76$$

DESENVOLUPANT PER UNA LÍNIA

(2)

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \stackrel{2+1}{=} (-1) \cdot (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

↑
escollim la primera columna

$$+ (-1)^{4+1} \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

(*) (*)

Ara els calculem per separat

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \stackrel{3+1}{=} (-1) \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{3+3} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

↑
escollim la tercera fila

$$= 3 \cdot [(-4 + 3 + 4) - (4 - 12 + 1)] + 1 \cdot [(-4 - 2 + 0) - (-8 + 1)]$$

$$= 3 \cdot (3 + 7) + 1 \cdot (-6 + 7) = 30 + 1 = 31$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \stackrel{1+1}{=} (-1) \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 1 & 4 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} + (-1)^{4+1} \cdot 2 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 5 & 1 & 4 \\ -2 & 2 & 1 \end{vmatrix} =$$

↑
escollim la primera columna

$$= [(20 + 1 + 8) - (8 - 4 - 5)] - 2 \cdot [(-1 - 24 + 20) - (-4 + 15 - 8)]$$

$$= (29 + 1) - 2 \cdot (-5 - 3) = 30 + 16 = 46$$

El determinant val $(-1)^{2+1} \cdot (-2) \cdot 31 + (-1)^{4+1} \cdot 3 \cdot 46 =$

$$= 62 - 138 = -76.$$

DESENVOLUPANT PER UNA LÍNIA (FENT ZEROS)

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \xrightarrow{F_4 + \frac{3}{2}F_2} \begin{vmatrix} 0 & 1 & -1 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & 5 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & \frac{15}{2} & \frac{5}{2} & 6 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} =$$

fem el màxim de zeros en una línia

(triem la primera columna)

$$= (-1)^{2+1} \cdot (-2) \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \\ 3 & \frac{15}{2} & \frac{5}{2} & 6 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & \frac{21}{2} & -\frac{13}{2} & 0 \\ 0 & 3 & -7 & -2 \end{vmatrix}$$

fem el màxim de zeros a la primera columna

$$= 2 \cdot (-1)^{1+1} \cdot 1 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 & 1 \\ \frac{21}{2} & -\frac{13}{2} & 0 \\ 3 & -7 & -2 \end{vmatrix} = 2 \cdot \begin{vmatrix} -2 & 2 & 1 \\ \frac{21}{2} & -\frac{13}{2} & 0 \\ -1 & -3 & 0 \end{vmatrix}$$

fem el màxim de zeros a la tercera columna

$$= 2 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} \frac{21}{2} & -\frac{13}{2} \\ -1 & -3 \end{vmatrix} \xrightarrow{F_3 + 2F_1}$$

$$= 2 \cdot \left(\frac{21}{2} \cdot (-3) - (-1) \cdot \left(-\frac{13}{2}\right) \right) = 2 \cdot \left(-\frac{63}{2} - \frac{13}{2} \right) = 2 \cdot \left(-\frac{76}{2} \right) = -76$$