

1. Llencem dos daus perfectes. Calculeu i dibuixeu la funció de probabilitat de les variables aleatòries següents:

- (a) X = Suma dels dos resultats.
- (b) Y = Màxim dels dos resultats.

2. Una variable aleatòria X pren valors 1, 2, 3, 4, 5, 6 i té funció de probabilitat donada per la taula

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	c	$c/2$	$c/3$	$c/4$	$c/5$	$c/6$

- (a) Calculeu c .
 - (b) Calculeu $P(2 \leq X \leq 5)$.
3. Sigui X la variable aleatòria “nombre de vegades que llancem una moneda fins que obtenim dues cares”. Calculeu la funció de probabilitat de X . Quina és la probabilitat d’obtenir dues cares abans de fer el cinquè llançament?
 4. Considereu una variable aleatòria X amb distribució uniforme discreta en el conjunt $\{0, 1, 2, 3, 4\}$. Calculeu la seva funció de distribució.
 5. Un examen tipus test consta de tres preguntes amb quatre opcions de resposta cadascuna. Per a cada pregunta, si es contesta correctament es suma un punt i si es falla es resta $1/3$ de punt. Suposem que algú contesta aquest examen a l’atzar. Sigui X la variable aleatòria “nota obtinguda”. Doneu la funció de probabilitat de X i calculeu la probabilitat d’aprovar l’examen (contestant-lo a l’atzar).
 6. La funció de densitat d’una variable aleatòria contínua X ve donada per

$$f(x) = \begin{cases} Cx^2 & \text{si } x \in (0, 2) \\ 0 & \text{en cas contrari} \end{cases}$$

- (a) Calculeu el valor de la constant C .
 - (b) Trobeu també la funció de distribució de X .
7. La funció de densitat d’una variable aleatòria contínua X és

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x \in (0, 3) \\ 0 & \text{en cas contrari} \end{cases}$$
 - (a) Determineu els valors de a i b sabent que $P(X > 2) = 0'5$.
 - (b) Trobeu la funció de distribució de X .
 - (c) Calculeu les probabilitats $P(0'5 \leq X \leq 2)$, $P(0'1 < X < 1)$, $P(1 < X \leq 5)$, $P(2 \leq X < 2'9)$.
 8. Es llança un dard sobre una diana circular de radi r . Suposem que el punt d’impacte té distribució uniforme en aquest cercle (és a dir, la probabilitat que el punt d’impacte caigui en una determinada zona A del cercle és igual a l’àrea de la zona A dividida entre l’àrea de la diana). Sigui X la variable aleatòria que dona la distància del punt d’impacte al centre de la diana. Calculeu la funció de distribució de X i la seva densitat.

9. El temps de funcionament d’un sistema, expressat en mesos, és un variable aleatòria X amb densitat

$$f(x) = \begin{cases} cxe^{-x/2} & \text{si } x > 0, \\ 0 & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

- (a) Quina és la probabilitat que el sistema funcioni almenys un mes?
 - (b) Si el sistema ha funcionat un mes, quina és la probabilitat que funcioni més de dos mesos?
10. Una variable aleatòria X té distribució uniforme en l’interval $[1, 2]$. Calculeu $P(2 < X^2 < 5)$.
 11. Una variable aleatòria X té distribució uniforme en l’interval $[-1, 3]$. Calculeu $P(X^2 \leq 2)$.
 12. Sigui X una variable aleatòria amb densitat donada per

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x} & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{en cas contrari} \end{cases}$$

- (a) Calcula la funció de distribució de X .
- (b) Calcula $P(1 \leq X \leq 4)$ i $P(X > 1/2)$.