

1. En una fira s'ha de pagar un euro per participar en un joc que consisteix en tirar tres anelles, una per una, cap a un clau. Es dona un premi de dos euros si el participant aconseguix encertar una anella al clau, quatre euros si n'aconsegueix encertar dues i 20 euros si aconseguix encertar-les totes tres.

Suposant que la probabilitat d'encertar una anella és de 0'1 en cada tirada i que les tirades són independents:

- (a) Trobeu la funció de probabilitat de la variable aleatòria $X = \text{'guany d'un jugador'}$.
- (b) Calculeu el guany mitjà d'aquest joc.

2. Llancem dos daus, sigui X la puntuació màxima obtinguda. Calculeu $E(X)$ i $E(X^2)$.

3. Un examen de tipus test consta de 20 preguntes. Per cada pregunta s'ofereixen 4 possibles respostes i es demana que l'alumne identifiqui la correcta. Inicialment els encerts compten 1 punt i les errades 0 punts.

- (a) Calculeu la nota (del 0 al 10) esperada d'un alumne que respon a l'atzar.
- (b) Calculeu el valor negatiu que s'ha d'assignar a una resposta incorrecta si es desitja que la nota esperada d'un alumne, que respon a l'atzar, sigui zero.

4. Una variable aleatòria X té distribució discreta amb funció de probabilitat donada per la següent taula

x_i	0	1	2	3	4
$f(x_i)$	0'2	0'4	0'08	0'3	0'02

Determineu l'esperança i la variància de X

5. Sigui X una variable aleatòria contínua amb distribució uniforme a l'interval (a, b) .

Comproveu que $E(X) = \frac{a+b}{2}$ i que $\text{Var}(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$.

6. Sigui X una variable aleatòria amb funció de densitat

$$f(x) = \begin{cases} 2(1-x) & \text{si } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en cas contrari} \end{cases}$$

Calculeu $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(X^2)$, i $\text{Var}(X)$

7. Supposem que una companyia d'assegurances ha de pagar una quantitat Q d'euros si li passa un esdeveniment E a un client. Un estudi encarregat per aquesta companyia conclou que la probabilitat que esdevingui E és p . Calculeu la quota que ha de pagar el client de manera que el guany esperat de la companyia sigui $Q/10$.

8. Sigui X una variable aleatòria contínua amb la següent funció de densitat:

$$f(x) = \begin{cases} k(1+x^2) & \text{si } 0 < x < 3 \\ 0 & \text{en cas contrari} \end{cases}$$

- (a) Determineu el valor de la constant k .
- (b) Calculeu la funció de distribució de X
- (c) Calculeu $E(X)$ i $\text{Var}(X)$.

9. Determineu la mitjana i la variància d'una variable aleatòria X que té la següent funció de distribució:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ \frac{x}{8} & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ \frac{x-2}{16} & \text{si } 2 \leq x < 4 \\ 1 & \text{si } 4 \leq x. \end{cases}$$

10. Se sap que en una determinada oficina de correus entren cada dia una mitjana de 15 clients amb una desviació típica de 2 clients, però es desconeix la distribució de la variable aleatòria X que expressa el nombre de clients que entra cada dia a l'oficina. En aquestes condicions, què es pot dir de la probabilitat que un determinat dia entrin a l'oficina entre 11 i 19 clients.

11. Supposem que un forn produeix, per terme mitjà, 500 pans diaris.

- (a) Què pot dir-se de la probabilitat que un dia la producció sigui superior a 750 unitats?
- (b) Si la variància de la producció és 200, trobeu una cota inferior de la probabilitat que un dia la producció estigui entre 400 i 600 unitats.