La quadratura del cercle
i els polígons impossibles

DISS4BTES DE LES
M4TEMÀTIQUES 2021

Roberto Rubio
Universitat de Barcelona

Aquesta xerrada es va fer conjuntament amb un Kahoot. Encara pots repetir l’experiència fins l’11 d’abril de 2021: escaneja el codi QR amb el teu mòbil, posa el teu nom, fes exactament les dues primeres preguntes i torna a la presentació.

(Alternativament, fes Ctrl+clic a la imatge per obrir en una finestra nova)

A partir d’ara, cada vegada que hi haja una o més preguntes, apareixerà el símbol ‘?’ o una pregunta (Què?, Qui?...) amb el nombre de preguntes que has de contestar en el Kahoot:

?

X preguntes

Una vegada hages contestat, torna a la presentació.

Opinión

Alonso y la cuadratura del círculo

OPINIÓN

10/07/2020 | Act. el 11/07/2020 a las 17:17 CEST
Josep Lluís Merlos
@JLlMerlos

0

Opinión

La cuadratura del círculo de Setién

OPINIÓN

01/02/2020 | Act. el 26/02/2020 a las 14:45 CET
Ernest Folch
@ErnestFolch

20

ECONOMIA

El president Torra i la difícil quadratura del Cercle

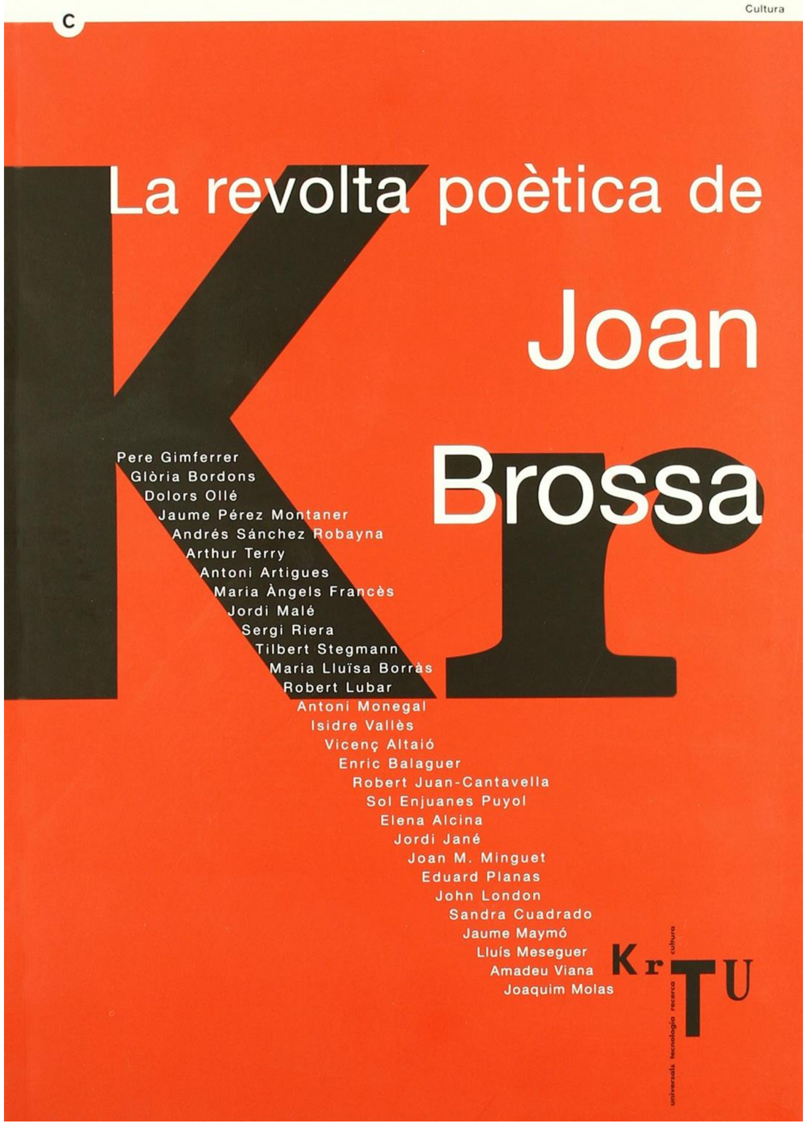
Sánchez y la cuadratura del Cercle

JORNADES CERCLE D'ECONOMIA: CRÒNICA

La quadratura del Cercle d'Economia: Junqueras sí, però sense procés

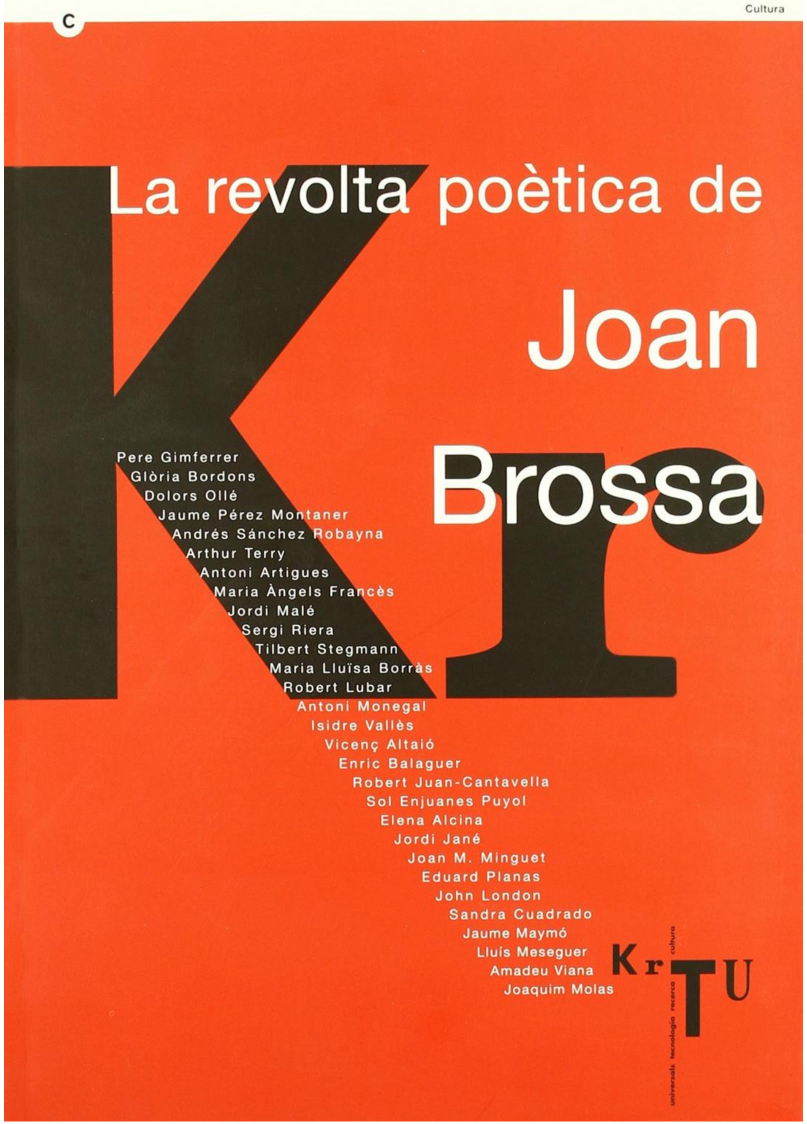
LA QUADRATURA ESPANYOLA DEL CERCLE D’ECONOMIA

“La quadratura del cercle és una proposta de lògica matemàtica que apunta a la impossibilitat.”



“La quadratura del cercle és una proposta de lògica matemàtica que apunta a la impossibilitat.”

“El cercle mai no pot ser quadrat, així com tampoc el quadrat està capacitat per adoptar una forma rodona.”



Què?

1 pregunta

OPINIÓN

La cuadratura del círculo

El problema geométrico conocido como **«la cuadratura del círculo»** es uno de los mayores **misterios sin resolver** de la matemática. La cuestión reside en hallar un cuadrado que posea un área que sea igual a la de un círculo dado.

Desde la Grecia clásica y con especial ímpetu en el siglo XIX se ha intentado resolver sin éxito, hasta nuestros días. De hecho, **el asunto ha sobrepasado la matemática para incorporarse a nuestro lenguaje** como una expresión muy habitual para referirse a un problema imposible o muy difícil de solucionar.

Igualmente de **irresolubles han sido** durante muchos años **otros problemas**,

OPINIÓN

La cuadratura del círculo

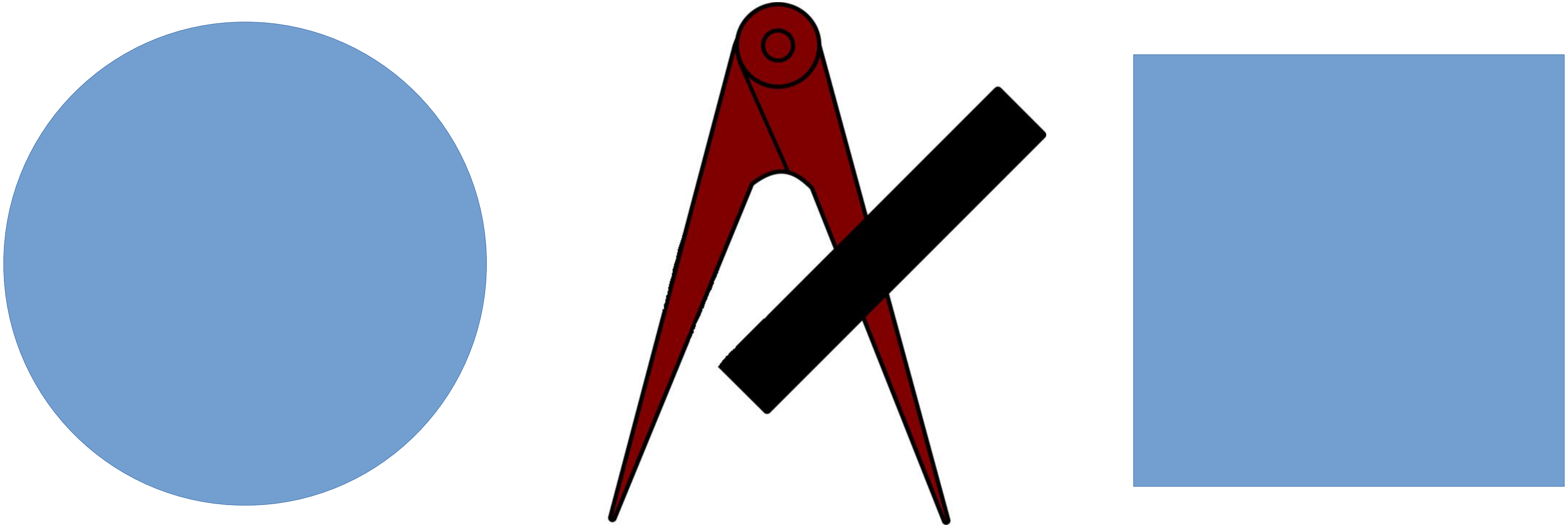
El problema geométrico conocido como **«la cuadratura del círculo»** es uno de los mayores **misterios sin resolver** de la matemática. La cuestión reside en hallar un cuadrado que posea un área que sea igual a la de un círculo dado.

Desde la Grecia clásica y con especial ímpetu en el siglo XIX se ha intentado resolver sin éxito, hasta nuestros días. De hecho, **el asunto ha sobrepasado la matemática para incorporarse a nuestro lenguaje** como una expresión muy habitual para referirse a un problema imposible o muy difícil de solucionar.

Igualmente de **irresolubles han sido** durante muchos años **otros problemas**,

Un cercle i un quadrat de la mateixa àrea...

...però utilitzant només el regle i el compàs.



Si el cercle té radi 1,

Si el cercle té radi 1,

Si el cercle té radi 1,

Si el cercle té radi 1, el quadrat té costat $\sqrt{\pi}$ ...

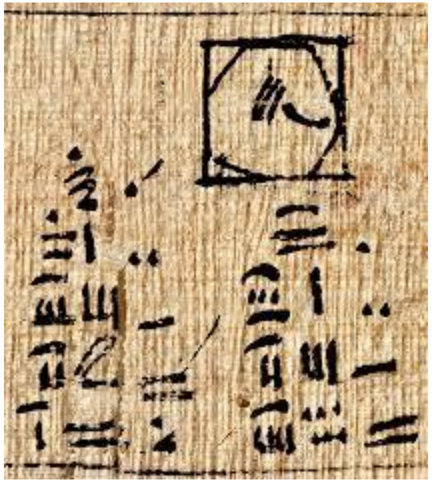
Si el cercle té radi 1, el quadrat té costat $\sqrt{\pi}$ ...

Podem "dibuixar $\sqrt{\pi}$" amb regle i compàs?

Quan?

1 pregunta

NO en el papir de Rhind (~1650 A.C.)



Grècia clàssica

Anaxàgoras

(499 – 428 A.C.)

Grècia clàssica

Anaxàgoras

(499 – 428 A.C.)

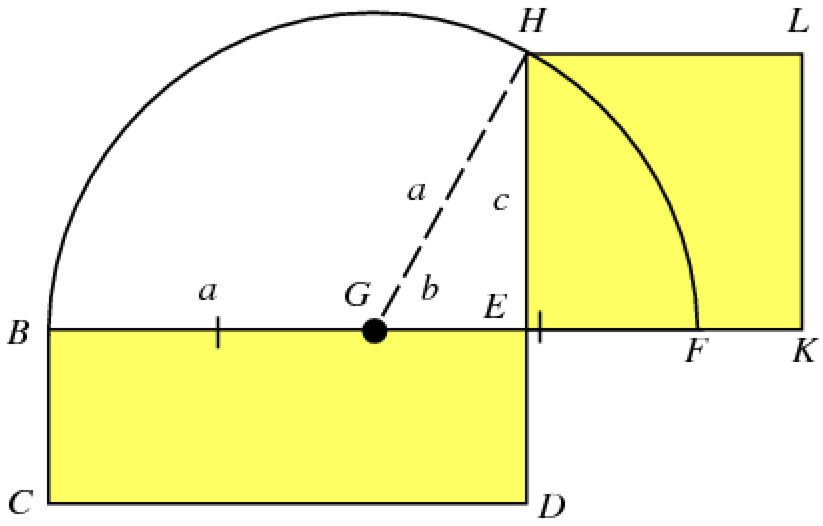
«a un home, cap lloc no pot treure la felicitat, ja que cap no pot treure la virtut ni la saviesa; Anaxàgoras a la presó estava ocupat quadrant el cercle»

(Plutarc, Moralia, c.100 D.C.)

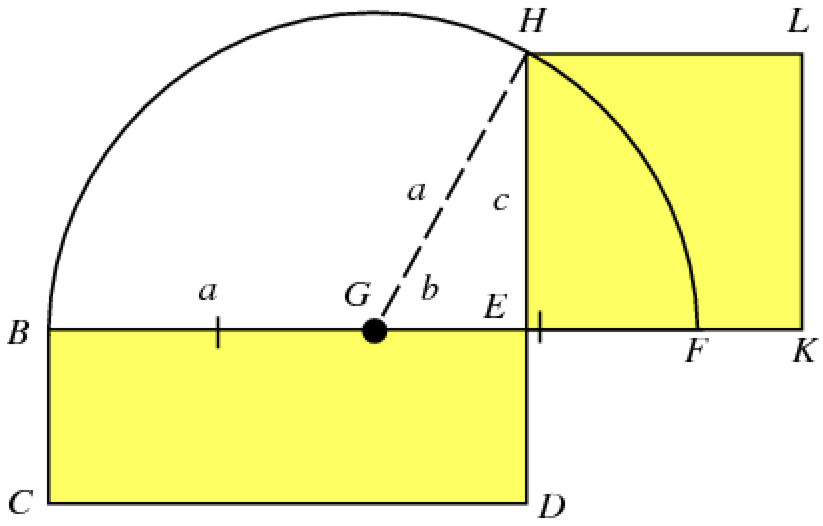
?

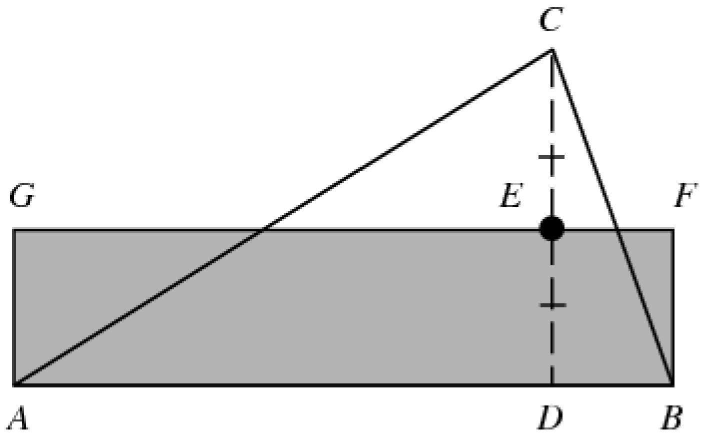
1 pregunta

Grècia clàssica

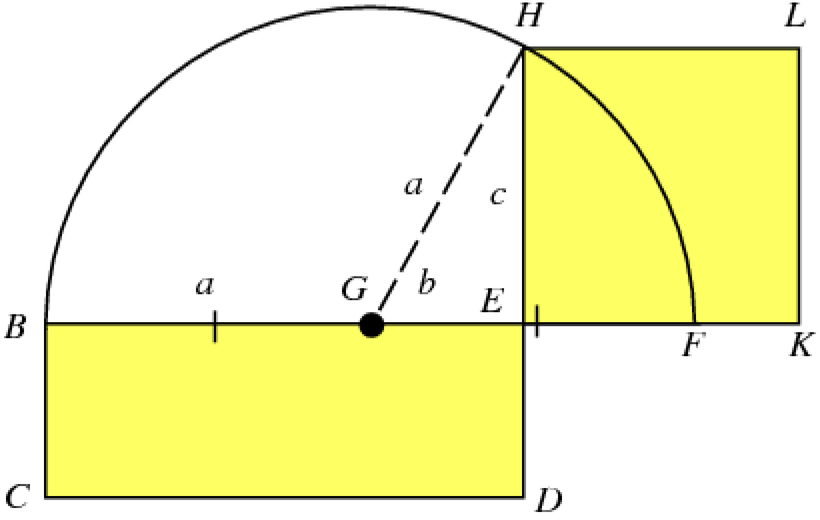


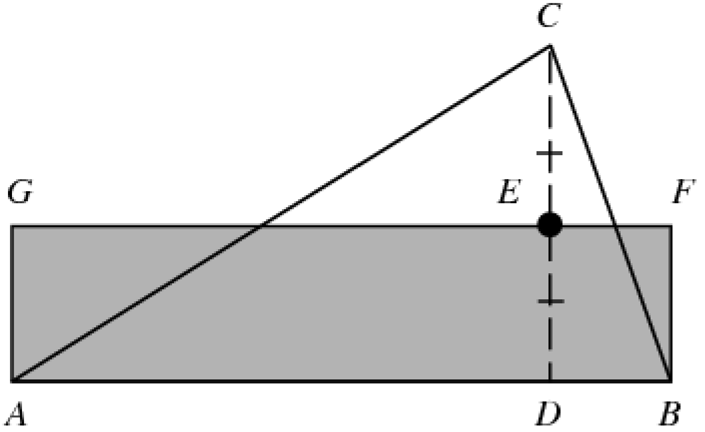
Grècia clàssica

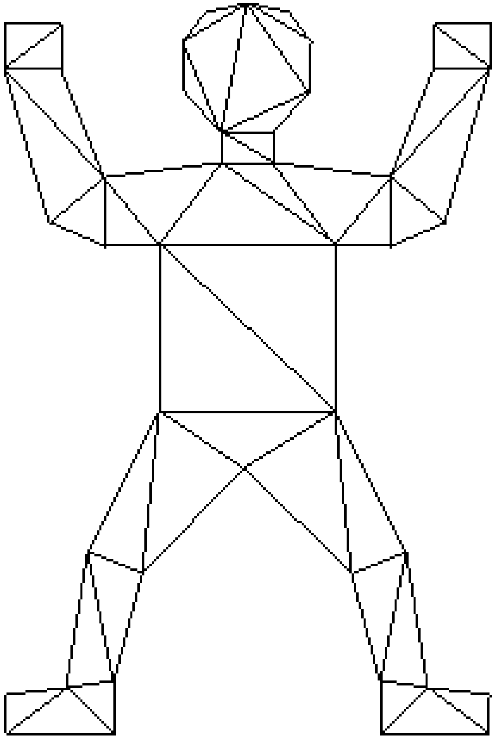




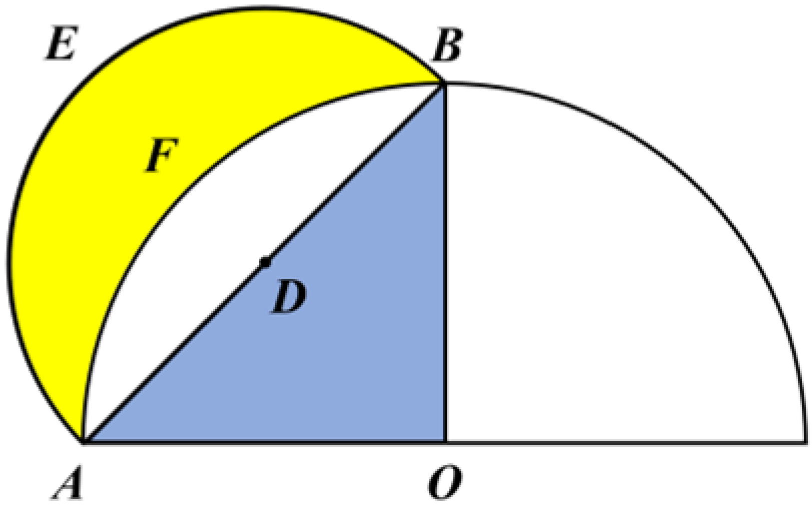
Grècia clàssica



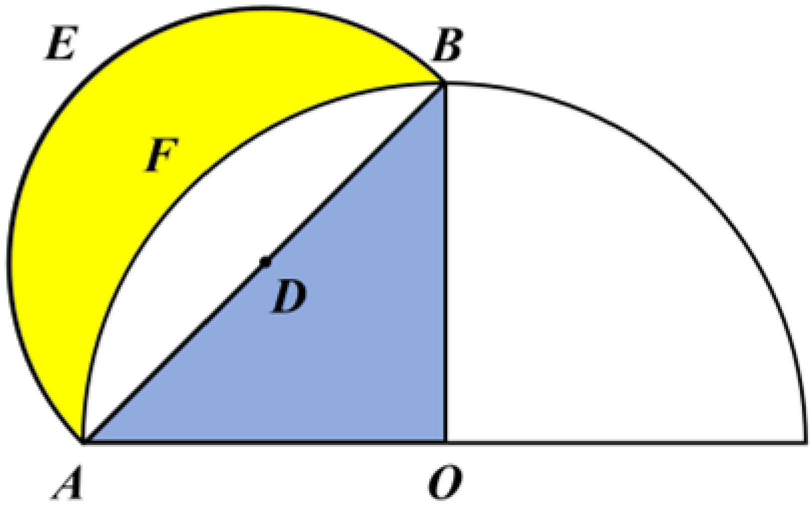




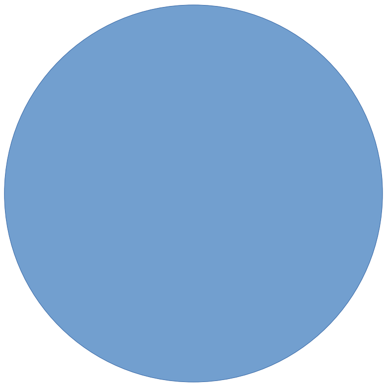
Grècia clàssica



Grècia clàssica



Per què no el cercle?



Qui?

2 preguntes

Basílica de Sant Francesc, Palma de Mallorca.
Sepulcre de Ramon Llull, Ramon Sagrera (1478).

Basílica de Sant Francesc, Palma de Mallorca.
Sepulcre de Ramon Llull, Ramon Sagrera (1478).

Liber de geometria nova et compendiosa (1299)
Biblioteca Pública de Palma, ms. 1036, f. 5v

Secundus liber tres habet partes Prima pars est
de narratione
quam faci
mus de uti
litate huius
scientie Secun
da est de prin
cipiis Geome
trie et de con
ditionibus
principiorum
ill[illegible] Tertia
pars est de
questionibus
et solutioni
bus earum quas facimus de quibusdam dubiis
Geometrie

De prima parte primi libri

Ista pars in tres partes dividitur Prima
pars est de investigatione quam faciemus
de quadratura circuli et de eius triangulatura
ac etiam de triangulatura quadranguli. Unde
primo de prima parte dicemus In hac arte op
portet ponere hanc figuram que vocatur figura
magistralis de vocatur figura magistralis quo
niam per ipsam investigabimus veritates aliarum
figurarum que composita est de tribus quadrangulis

El quadrat entre els quadrats inscrit i circumscrit és la «quadratura del cercle» de Llull.

Com?

2 preguntes

El quadrat entre els quadrats inscrit i circumscrit és la «quadratura del cercle» de Llull.

Açò equival, formalment, al valor de pi:

$$\pi=2.9142$$

El quadrat entre els quadrats inscrit i circumscrit és la «quadratura del cercle» de Llull.

Açò equival, formalment, al valor de pi:

$$\pi=2.9142$$

«Després va fer l'anomenat mar de bronze, un dipòsit rodó de bronze fos. Feia deu colzades de diàmetre, trenta de perímetre i cinc de profunditat.» (Primer Llibre dels Reis, 7:23)

$$\pi=3$$

El quadrat entre els quadrats inscrit i circumscrit és la «quadratura del cercle» de Llull.

Açò equival, formalment, al valor de pi:

$$\pi=2.9142$$

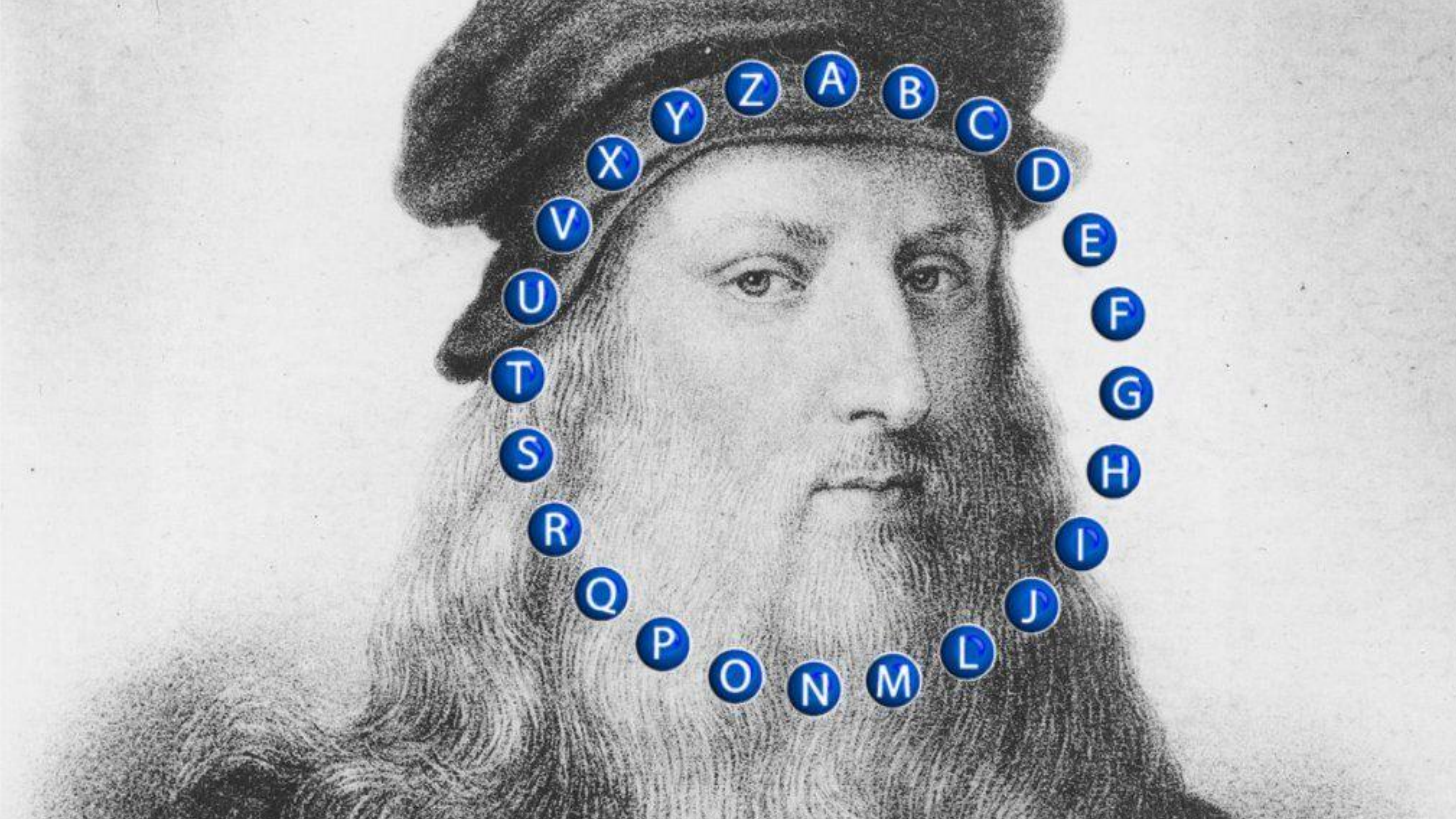
«Després va fer l’anomenat mar de bronze, un dipòsit rodó de bronze fos. Feia deu colzades de diàmetre, trenta de perímetre i cinc de profunditat.» (Primer Llibre dels Reis, 7:23)

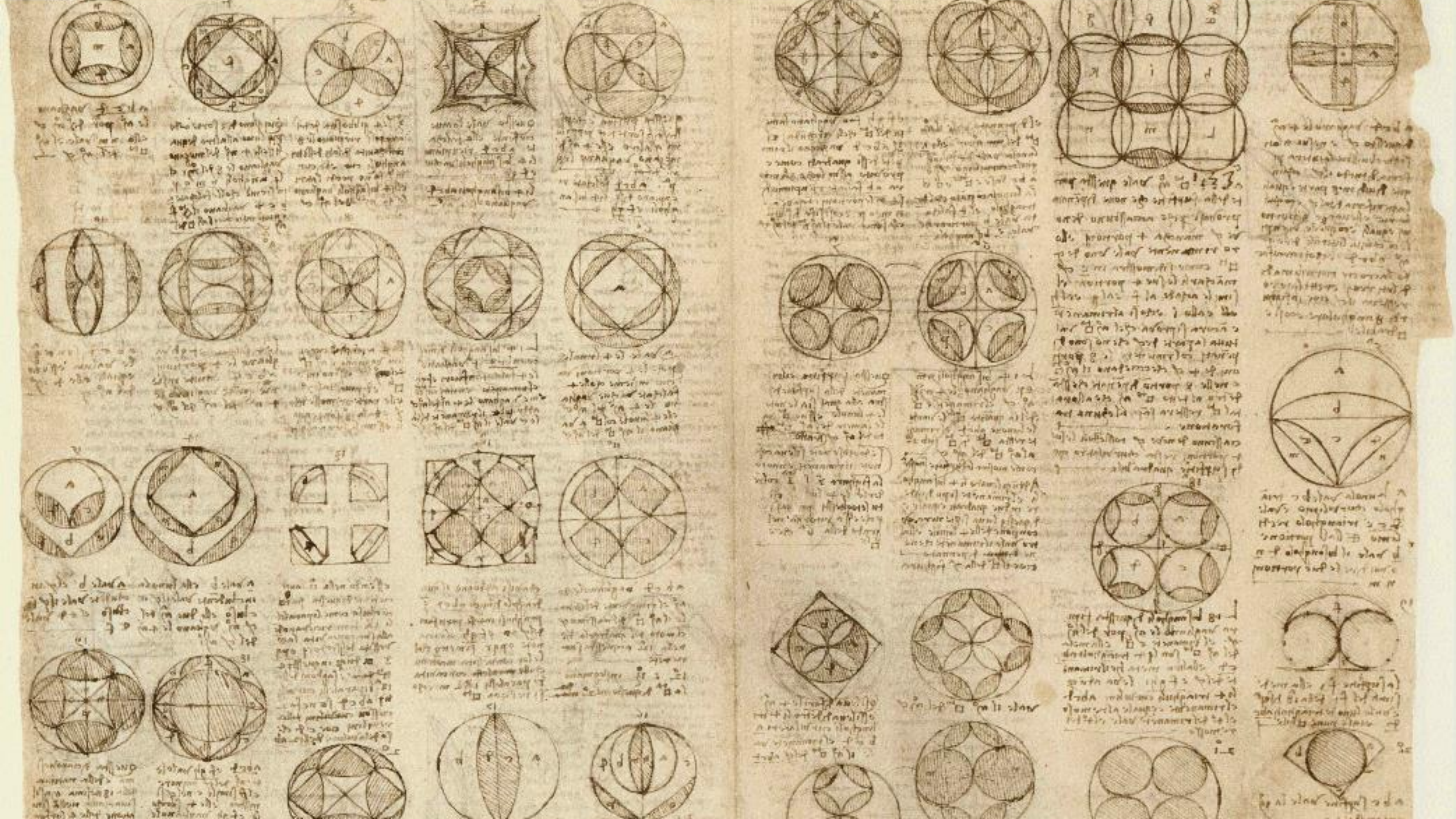
$$\pi=3$$

«Llull vol fer una geometria més fàcil i més popular, distinta de la geometria clàssica i euclidiana.» (Millàs Vallicrosa)

Qui?

2 preguntes


A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
L
M
N
O
P
Q
R
S
T
U
V
X
Y
Z

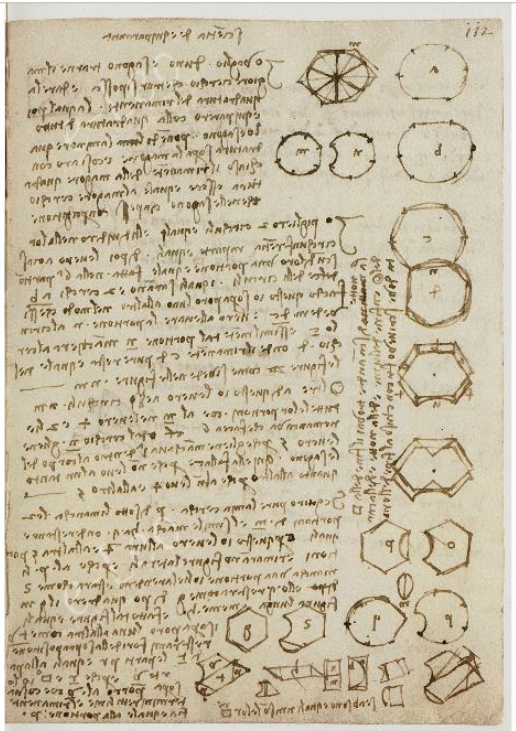


e-Leo Archivio digitale di storia della tecnica e della scienza

Biblioteca Leonardiana IT / EN

Leonardo da Vinci - Codice Madrid II

RIFLETTI LINK TESTI AGGIUNGI



0112 r MINIATURE

LINK IMMAGINE

(in alto a destra, figure con lettere:)

a, m, b, n, m

(a sinistra delle figure:)

Scientia de equiparantia.

Io voglio d'uno esagono trarne il magiore cierchio che trar si possa e dare la quadratura del rimanente. La qual poi equipareró colla quadratura di tutto lo esagono, ponendo[151] la minore quadratura sopra la magiore, e così arò conchiuso il rimanente della magiore quadratura essere equale al magiore cerchio che nell'esagono capessi con precisione[152].

(a destra, sotto le precedenti, figure con lettere:)

c, n,d

a, b, c, f d, e

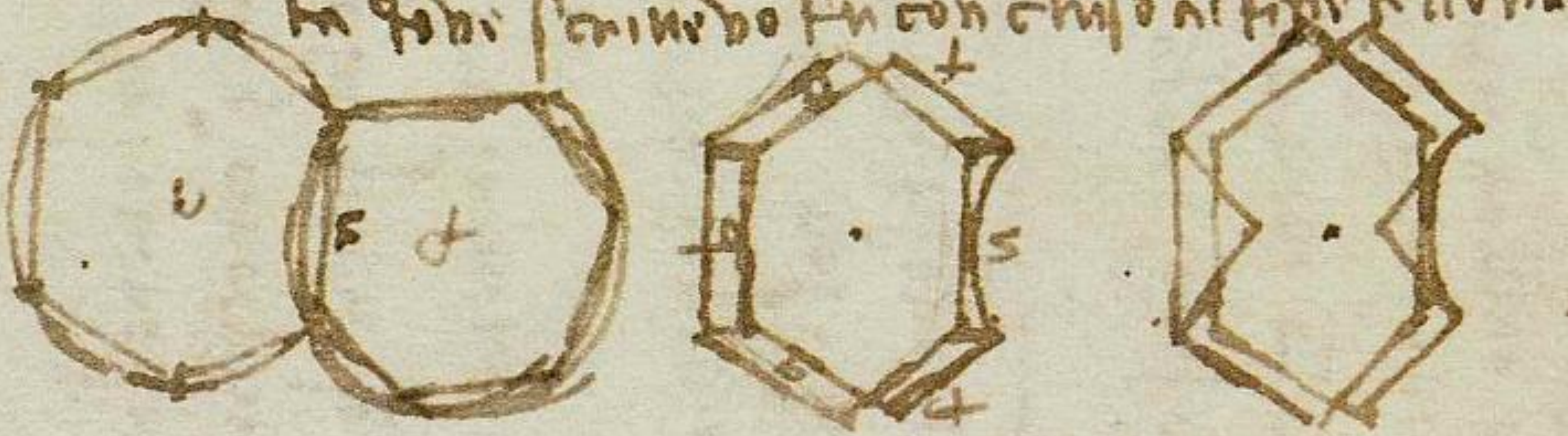
0112 r NOTE A PIÈ DI PAGINA

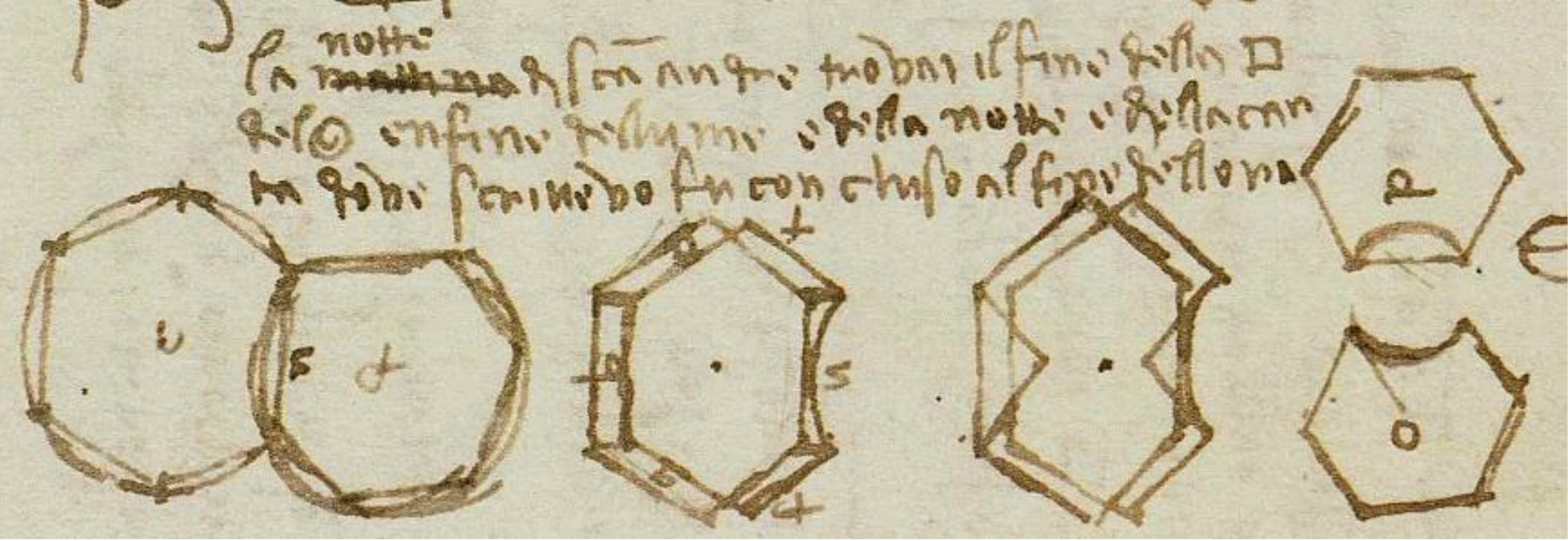
[illegible] nota

[illegible]

[illegible]

la ~~mattina~~ notte di s(an)to andrea trovai il fine della □
del ◎ e in fine del lume e della notte e della carta
in che scrivendo fu conchiuso al fine della ora





La nit de Sant Andrés vaig trobar el final de la quadratura del cercle; s’acabava l’espelma, la nit i el paper on escrivia, quan, a l’hora complida, vaig arribar a la conclusió.

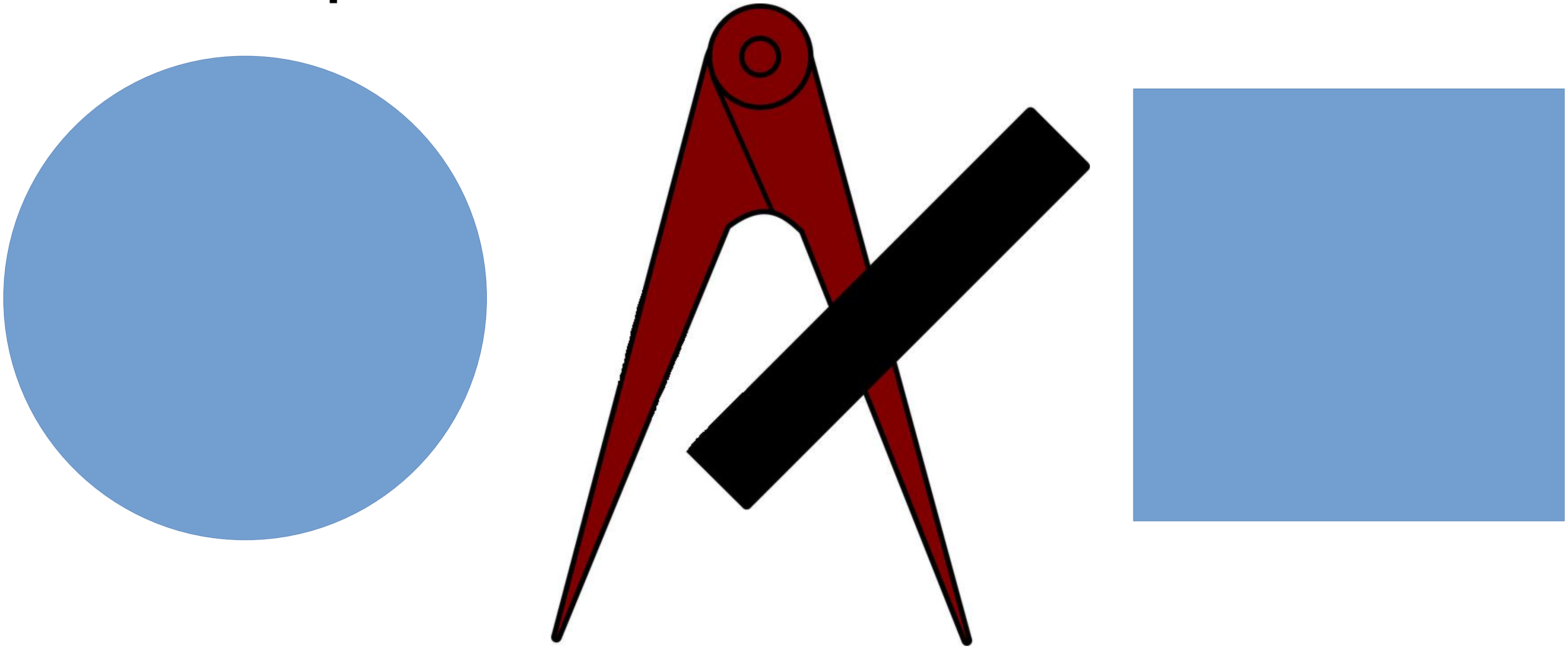
Còdice Madrid II, pàg. 112 r
Biblioteca Nacional d’Espanya
http://leonardo.bne.es

?

2 pregunta

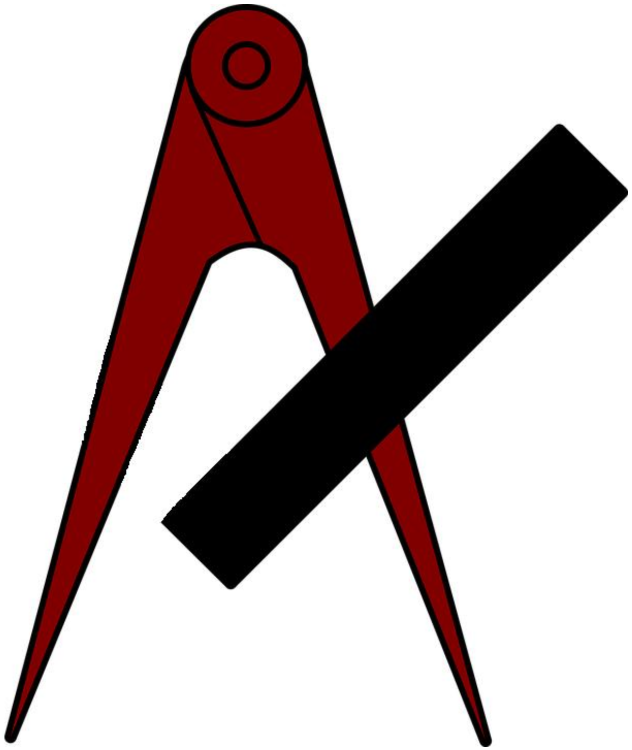
Mates!

Quins punts podem construir a partir d’un cercle de radi 1?

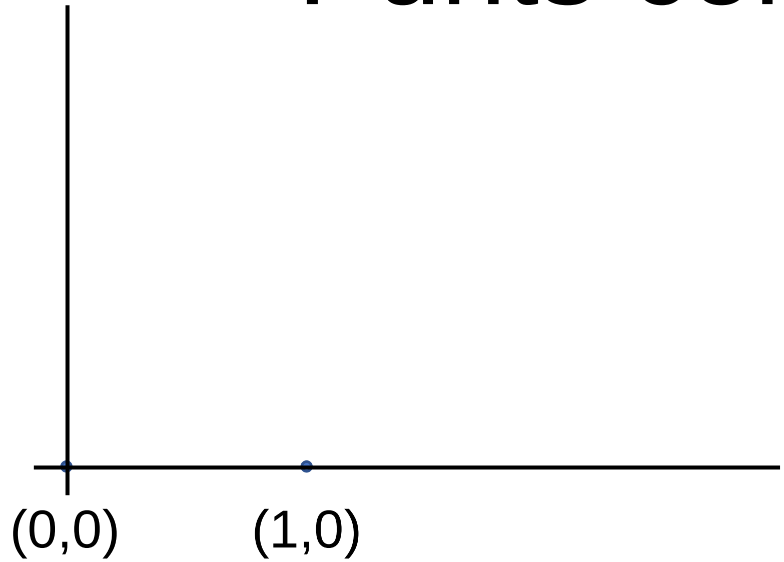


Punts construïbles

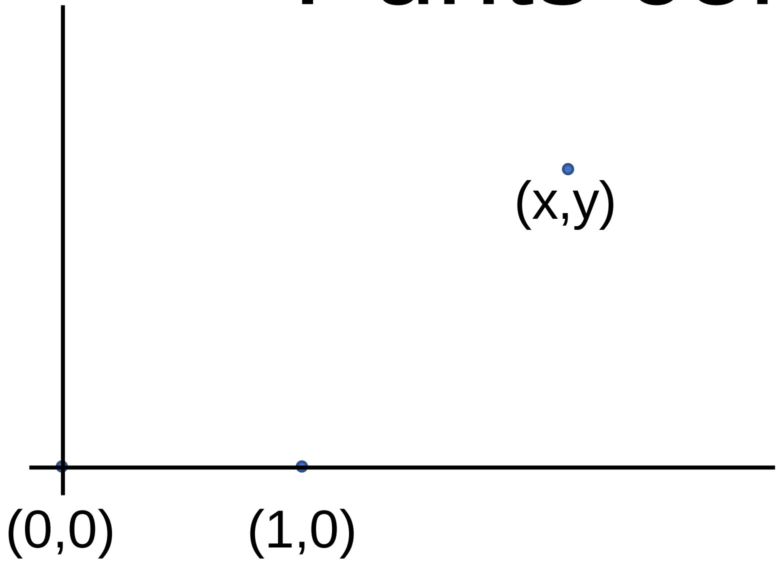
(0,0) (1,0)



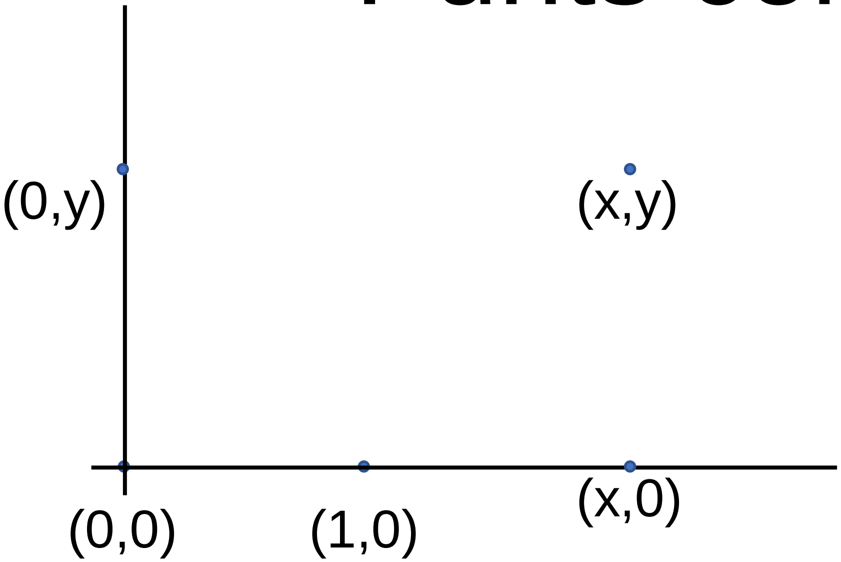
Punts construïbles



Punts construïbles

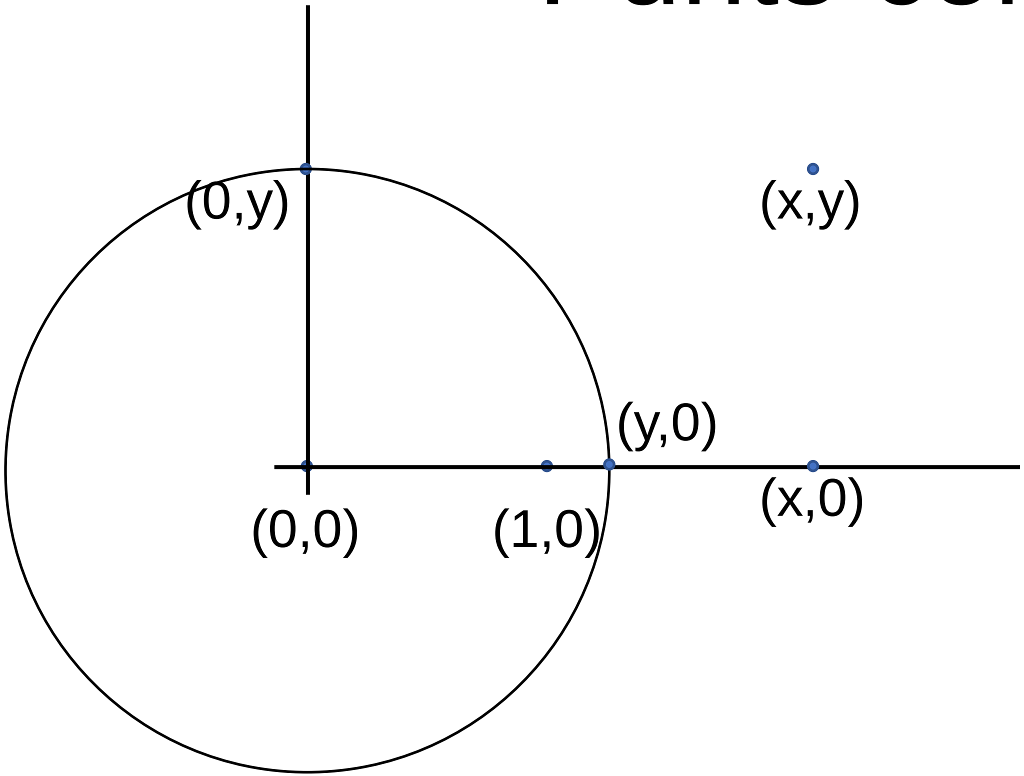


Punts construïbles



Per les perpendiculars,
(x,y) construïble
equival a
(x,0),(0,y) construïbles

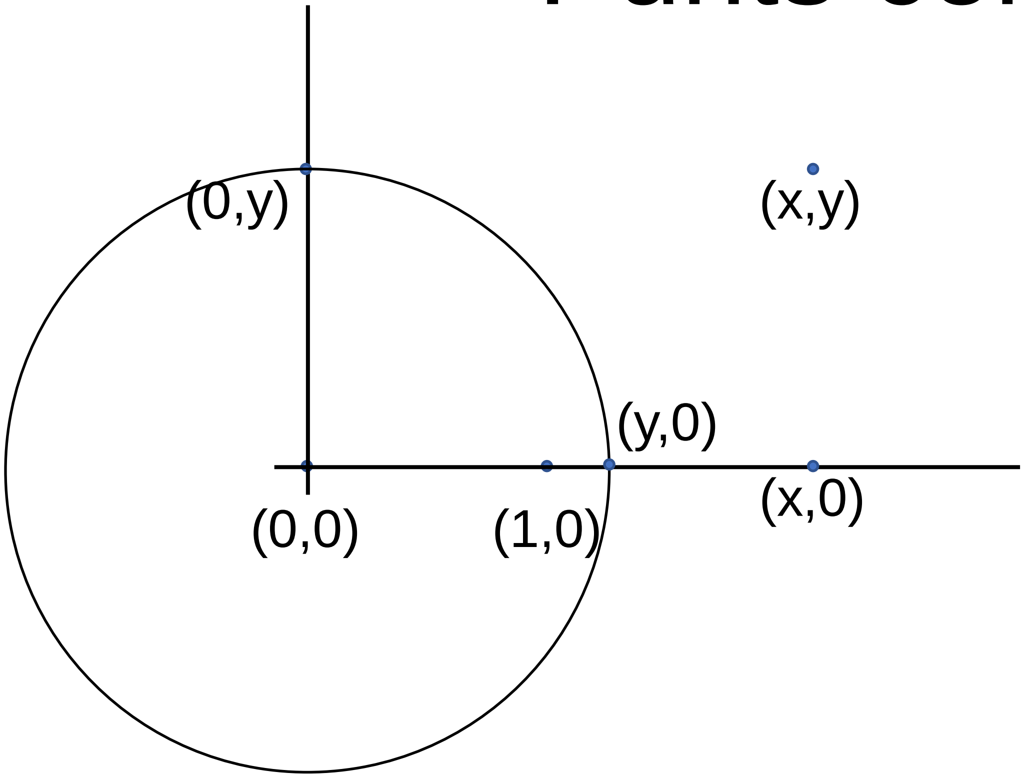
Punts construïbles



Per les perpendiculars,
(x,y) construïble
equival a
(x,0),(0,y) construïbles

Pel compás,
(0,y) construïble
equival a
(y,0) construïble

Punts construïbles



Per les perpendiculars,
(x,y) construïble
equival a
(x,0),(0,y) construïbles

Pel compás,
(0,y) construïble
equival a
(y,0) construïble

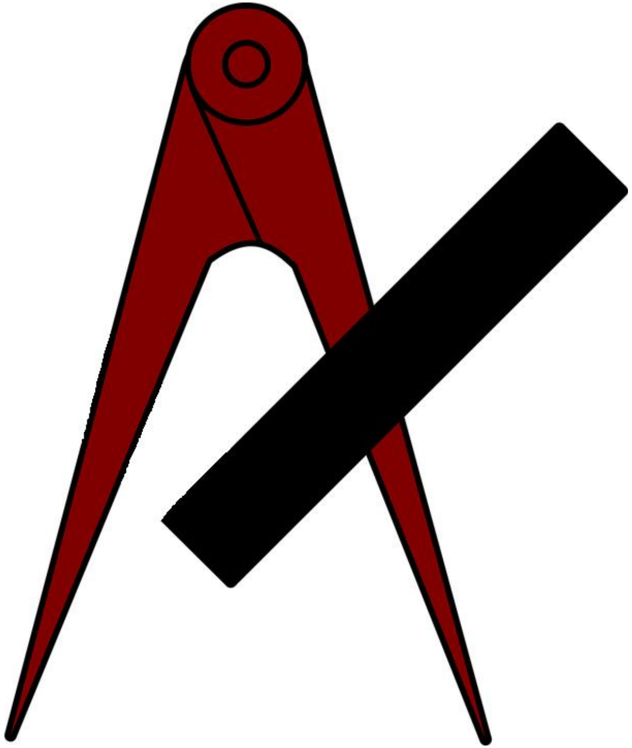
Definició: Direm que un nombre real x és construïble quan (x,0) és construïble.

Si el cercle té radi 1, el quadrat té costat $\sqrt{\pi}$ ...

És $\sqrt{\pi}$, o simplement π, un nombre construïble?

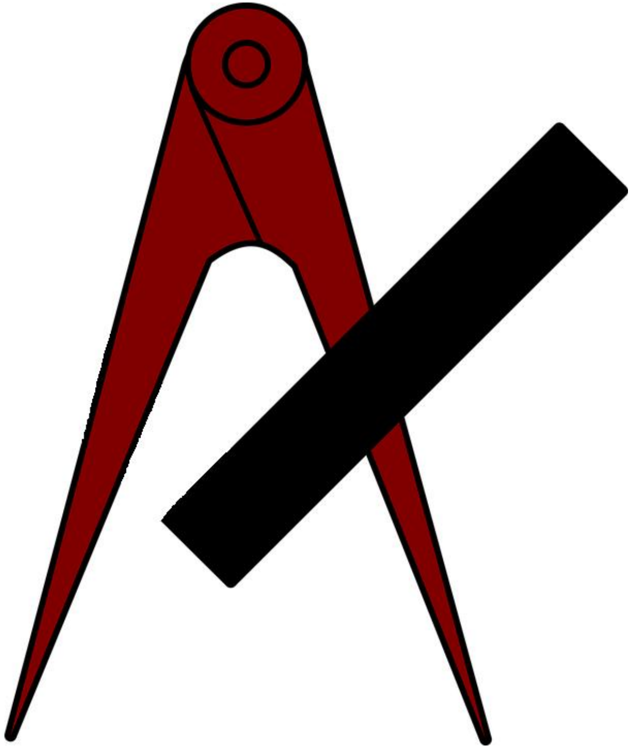
Nombres construïbles

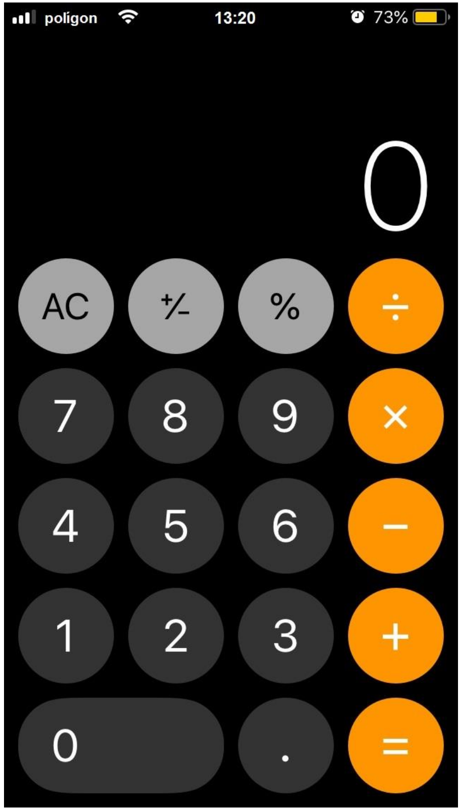
(0,0) (1,0)



Nombres construïbles

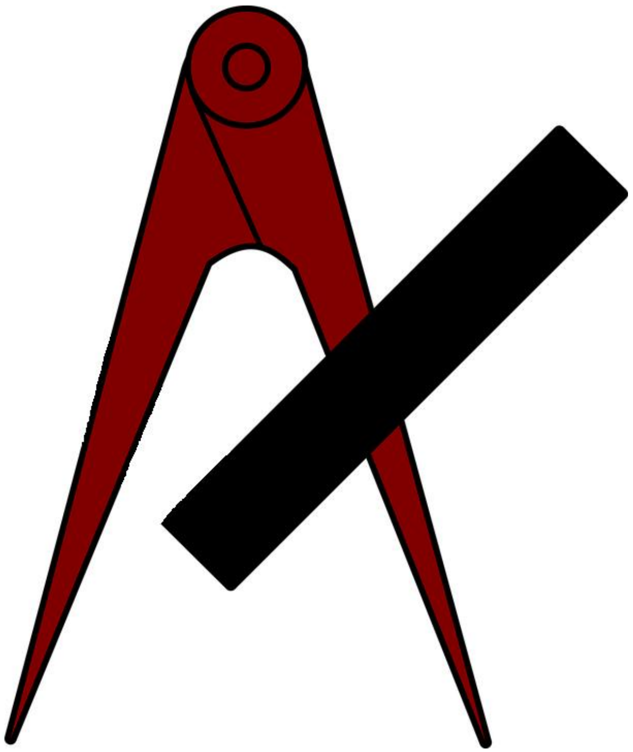
(0,0) (1,0)

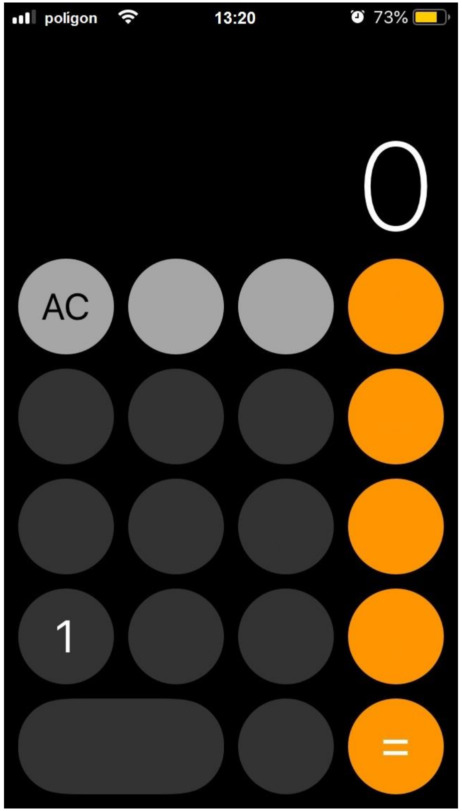




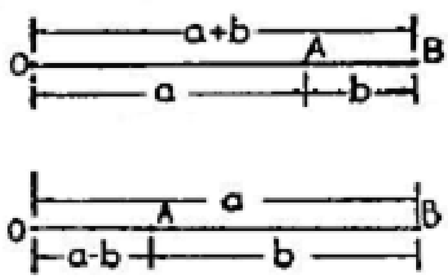
Nombres construïbles

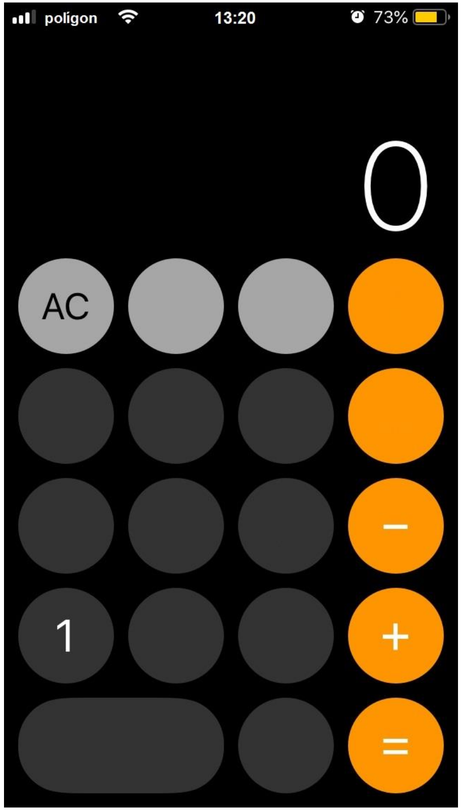
(0,0) (1,0)



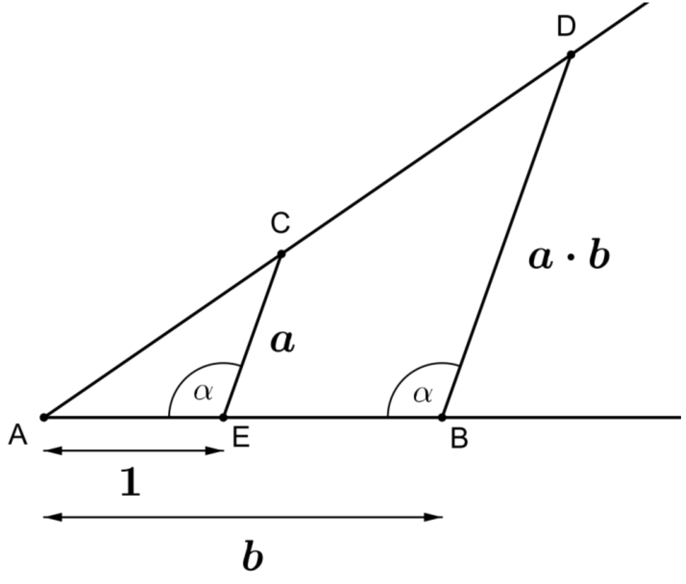


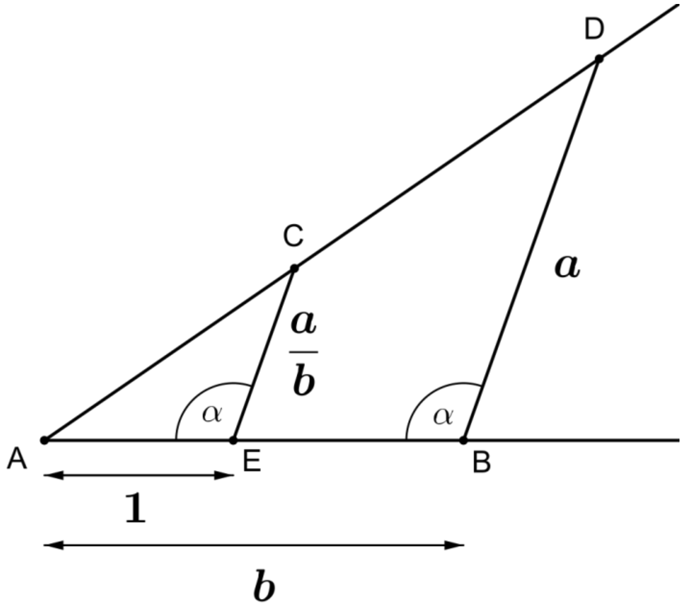
Nombres construïbles

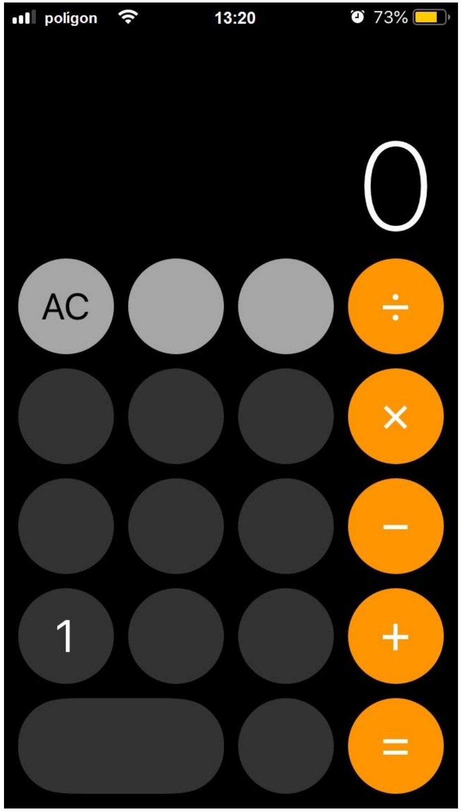




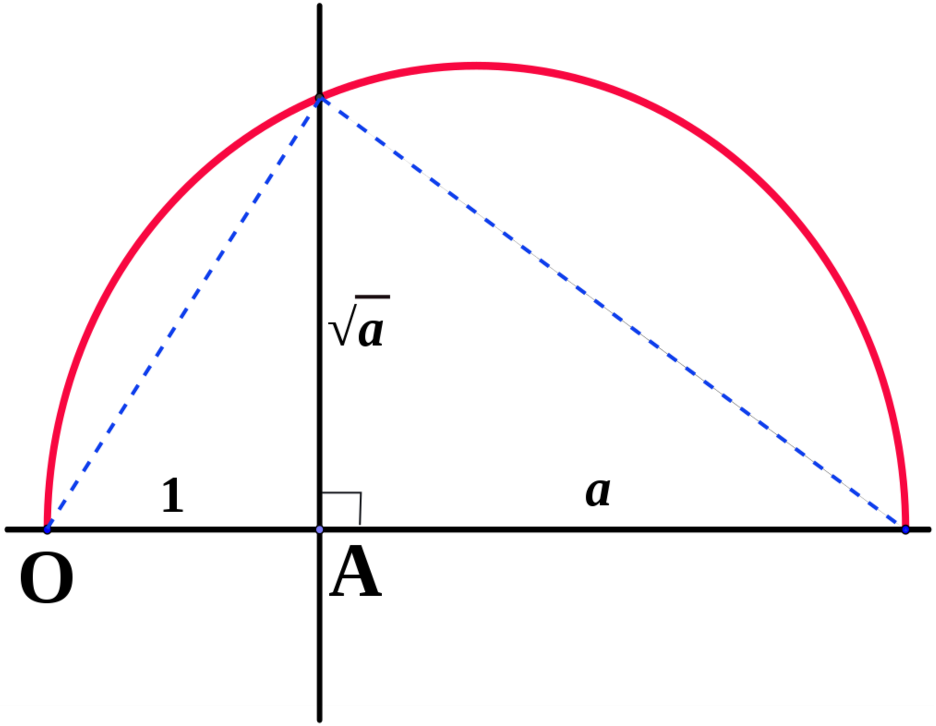
Nombres construïbles

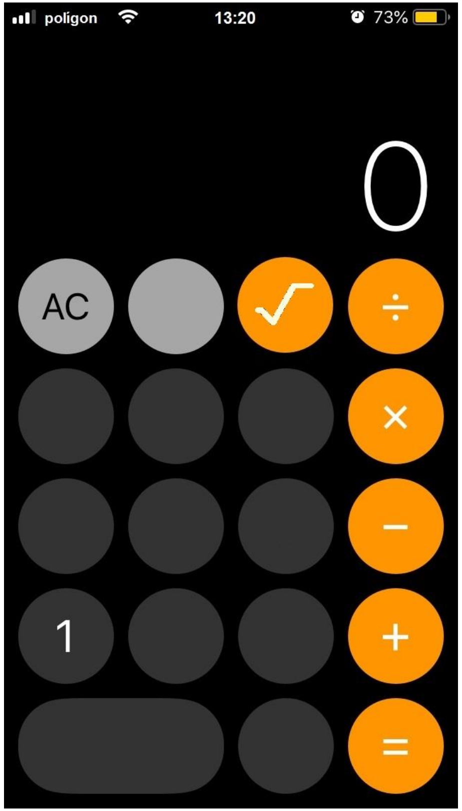






Nombres construïbles



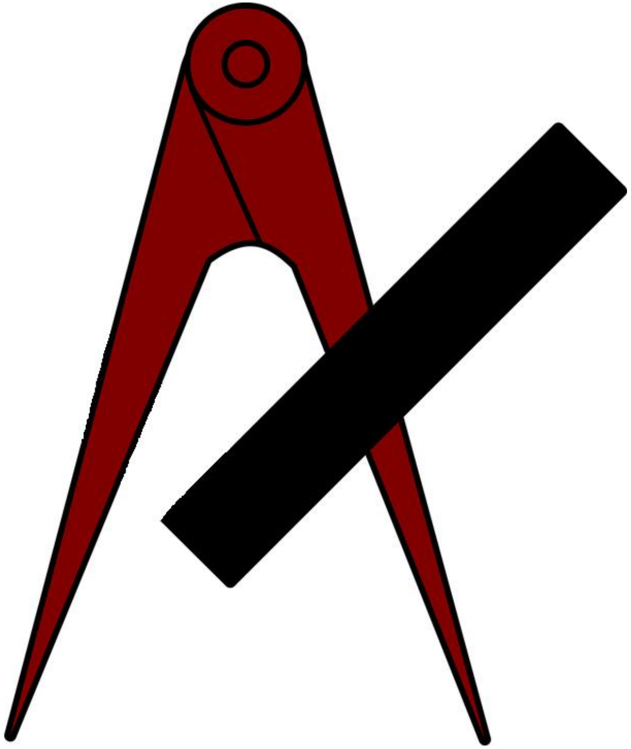


566 JOURNAL DE MATHÉMATIQUES

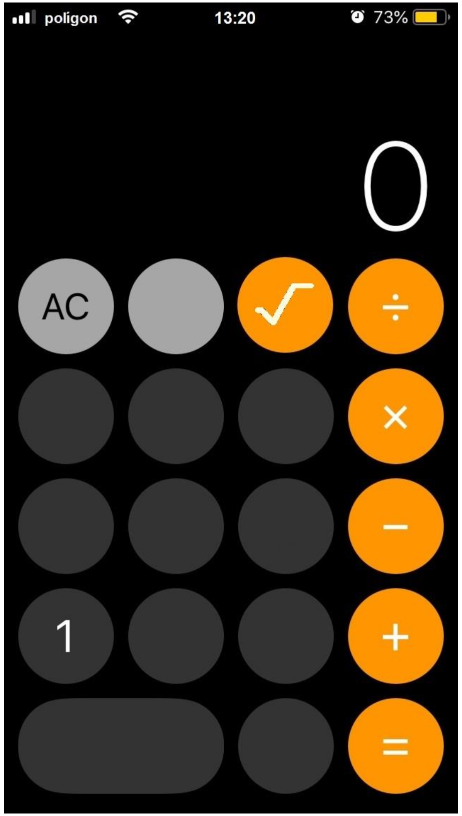
Recherches sur les moyens de reconnaître si un Problème de Géométrie peut se résoudre avec la règle et le compas ;

PAR M. L. WANTZEL,

Élève-Ingénieur des Ponts-et-Chaussées.

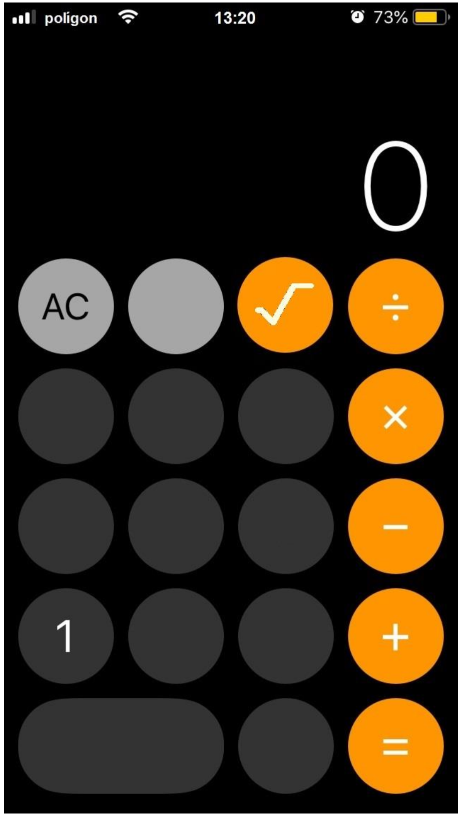


=



Tome II. — JANVIER 1837.

π ??



Quin tipus de nombre és π?

Lambert (1761): π no és racional (no és a/b).

Quin tipus de nombre és π?

Lambert (1761): π no és racional (no és a/b).

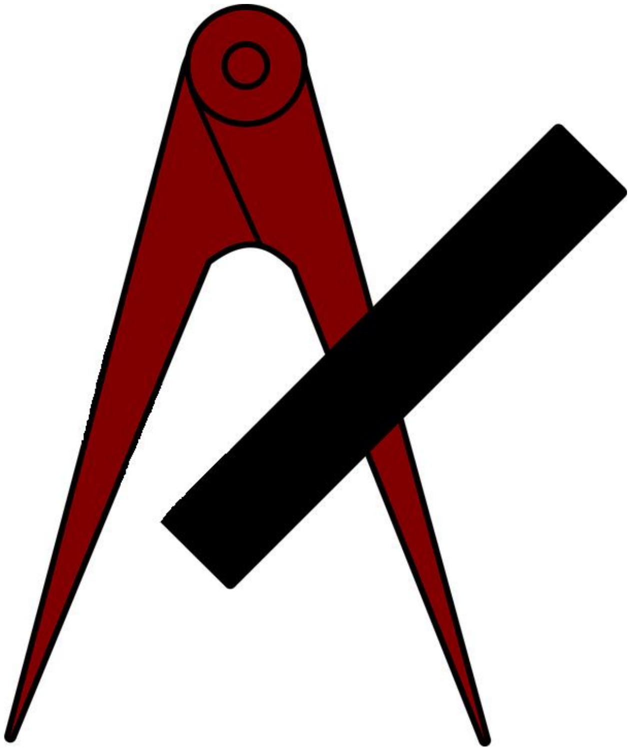
Lindemann (1882): π és transcendent (no és arrel de cap polinomi amb coeficients enters), i en particular no es pot arribar a ell mitjançant arrels quadrades.

Més de 2250 anys després es va demostrar que la quadratura del cercle NO és possible...

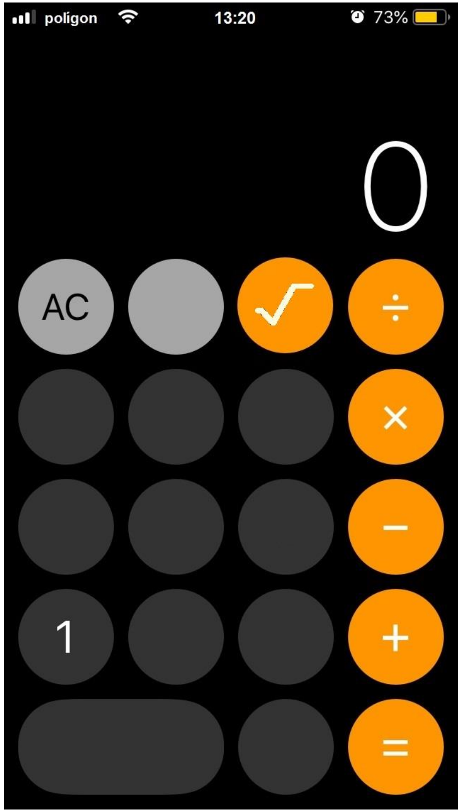
Cuadratura del circulo - ¿Cómo evitarla?

Recherches sur les moyens de reconnaître si un Problème de Géométrie peut se résoudre avec la règle et le compas ;

PAR M. L. WANTZEL,
Élève-Ingénieur des Ponts-et-Chaussées.



=



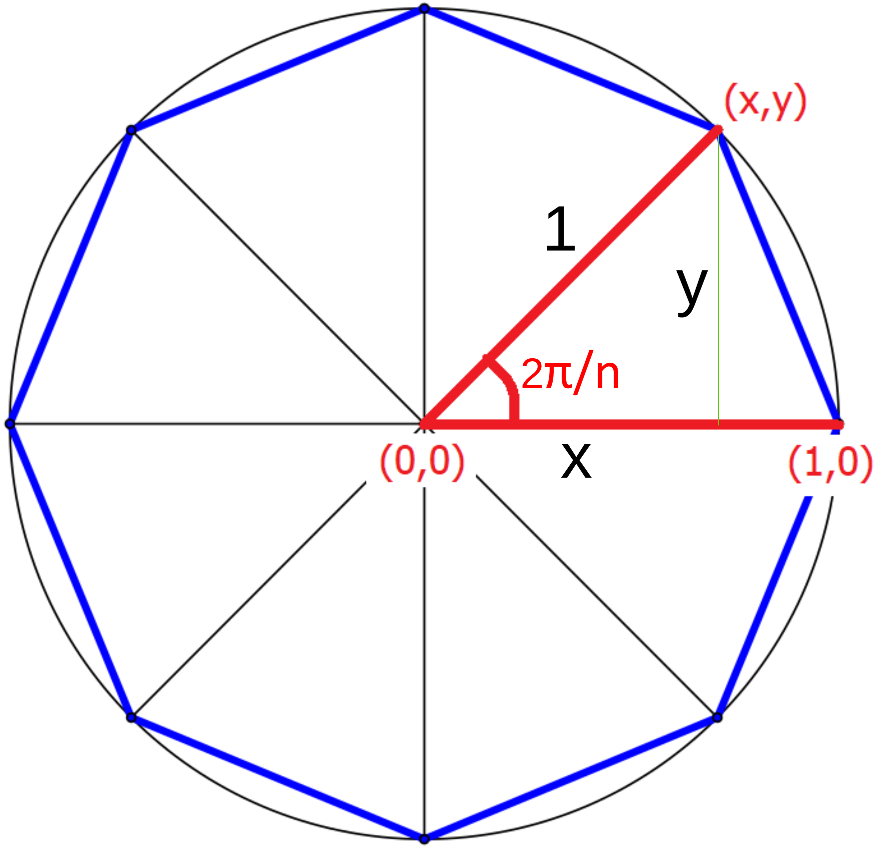
Tome II. — JANVIER 1837.

Quins polígons regulars podem construir?

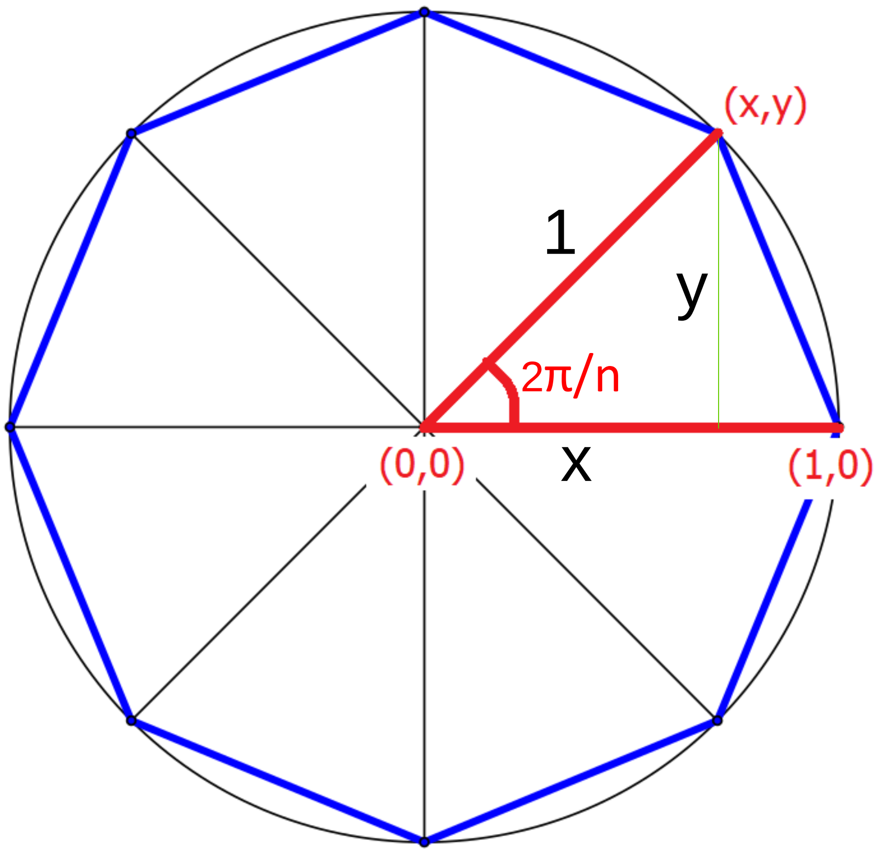
?

2 preguntes

Quins polígons regulars podem construir?



Quins polígons regulars podem construir?



$$\cos\frac{2\pi}{n} = \frac{x}{1} = x$$

$$\sin\frac{2\pi}{n} = \frac{y}{1} = y$$

Quins polígons regulars podem construir?

El primer vèrtex d'un polígon regular de n costats és:

$$\left(\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right), \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right)$$

Són $\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)$ i $\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$ construïbles?

Teorema de Gauss-Wantzel (1796-1837)

Es pot dibuixar amb regle i compàs un polígon de *n* costats si i només si *n* és el producte de una potència de 2 (1, 2, 4, 8, 16...) i un producte de nombres primers de Fermat distints.

Primers de Fermat

Els nombres de Fermat són els de la forma

$$F_n = 2^{2^n} + 1$$

?

2 preguntes

Primers de Fermat

Els nombres de Fermat són els de la forma

$$F_n = 2^{2^n} + 1$$

Es sap que F_n per a n=0,...,4 és primer (3, 5, 17, 257, 65537).

Primers de Fermat

Els nombres de Fermat són els de la forma

$$F_n = 2^{2^n} + 1$$

Es sap que F_n per a n=0,...,4 es primer (3, 5, 17, 257, 65537).

Es coneixen 307 nombres de Fermat que no són primers.

La probabilitat de trobar altre primer de Fermat s'estima < $\frac{1}{10^9}$.

Teorema de Gauss-Wantzel (1796-1837)

Polígons construïbles de menys de 1000 costats:

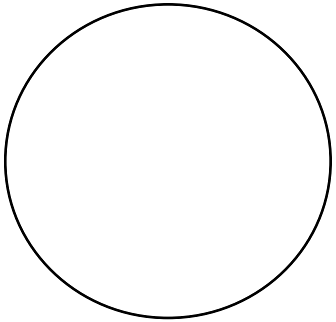
(1)	(2)	4	8	16	32	64	128	256	512
3	6	12	24	48	96	192	384	768	...
5	10	20	40	80	160	320	640	...	...
15	30	60	120	240	480	960	...	...	...
17	34	68	136	272	544	...	...	...	...
51	102	204	408	816	...	...	...	...	...
85	170	340	680	...	...	...	...	...	...
255	510	...	...	...	...	...	...	...	...
257	514	...	...	...	...	...	...	...	...
771	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Teorema de Gauss-Wantzel (1796-1837)

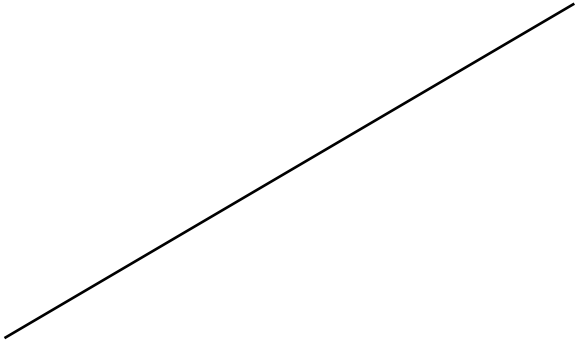
Polígons construïbles de menys de 1000 costats:

(1)	(2)	4	8	16	32	64	128	256	512
3	6	12	24	48	96	192	384	768	...
5	10	20	40	80	160	320	640	...	...
15	30	60	120	240	480	960	...	...	...
17	34	68	136	272	544	...	...	...	...
51	102	204	408	816	...	...	...	...	...
85	170	340	680	...	...	...	...	...	...
255	510	...	...	...	...	...	...	...	...
257	514	...	...	...	...	...	...	...	...
771	...	...	...	...	...	...	...	...	...

Amb regle i compàs:

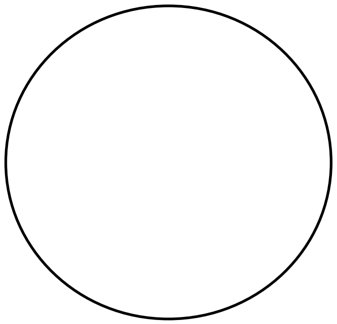


$$(x-p)^2+(y-q)^2=r^2$$

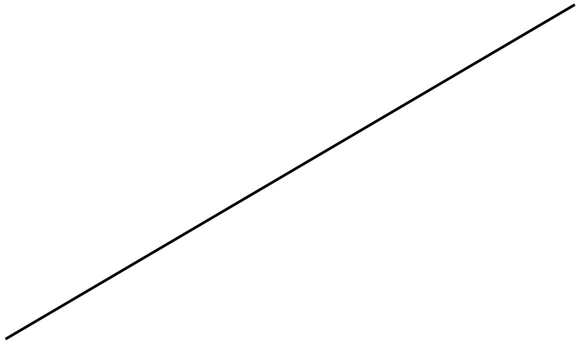


$$y = mx + n$$

Amb regle i compàs:



$$(x-p)^2+(y-q)^2=r^2$$



$$y = mx + n$$

Els punts d'intersecció seran solucions d'equacions de grau 1 o 2, les quals sabem resoldre amb la fórmula

$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Amb regle i compàs:

Podem combinar aquests polinomis per arribar a graus 2, 4, 8, 16...

Per exemple, podem arribar a $\sqrt[8]{2}$, però no a $\sqrt[3]{2}$.

Amb regle i compàs:

Podem combinar aquests polinomis per arribar a graus 2, 4, 8, 16...

Per exemple, podem arribar a $\sqrt[8]{2}$, però no a $\sqrt[3]{2}$.

En la descomposició $n = 2^m p^a q^b \dots$ importen p^a per separat.

El grau de las equacions per a arribar a $\cos\left(\frac{2\pi}{p^a}\right)$, $\sin\left(\frac{2\pi}{p^a}\right)$ és $p^{a-1}(p-1)$

Amb regle i compàs:

Podem combinar aquests polinomis per arribar a graus 2, 4, 8, 16...

Per exemple, podem arribar a $\sqrt[8]{2}$, però no a $\sqrt[3]{2}$.

En la descomposició $n = 2^m p^a q^b$ ... importen p^a per separat.

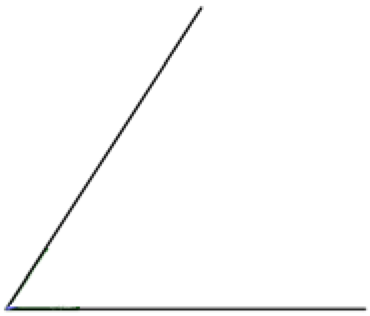
El grau de las equacions per a arribar a $\cos\left(\frac{2\pi}{p^a}\right)$, $\sin\left(\frac{2\pi}{p^a}\right)$ és $p^{a-1}(p-1)$

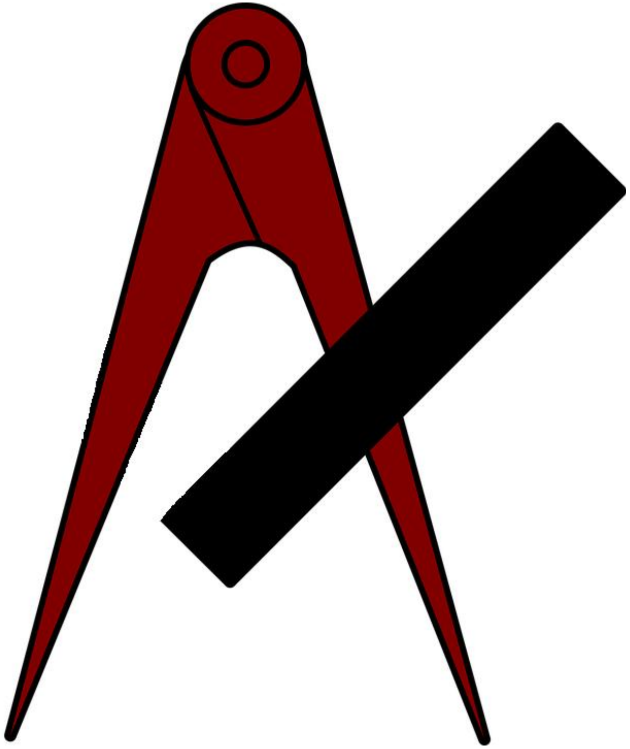
Per al regle i el compás, aquest grau ha de ser potència de 2, és a dir, $a = 1$.

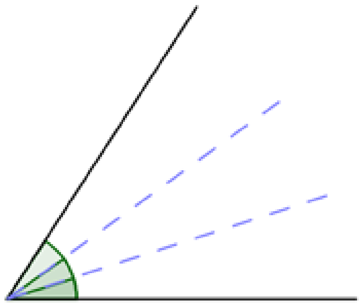
És possible si $p - 1 = 2^r$, és a dir, $p = 2^r + 1$, que és primer només quan $\mathrm{r} = 2^s$.

La trisecció de l’angle

La trisecció de l’angle

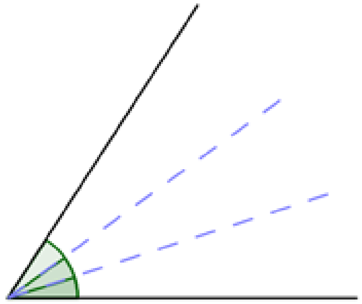




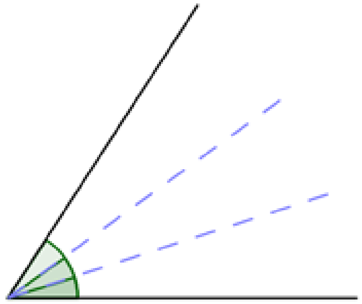


Per a l’angle de 60º

Trisecar-lo és calcular $\cos(20°)$



Per a l’angle de 60º

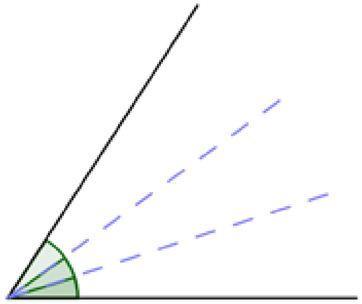


Trisecar-lo és calcular $\cos(20°)$

Com $\cos(60°) = \frac{1}{2}$ i

$$\cos(3x) = 4\, cos^3(x) - 3\cos(x)\,,$$

Per a l'angle de 60º



Trisecar-lo és calcular $\cos(20°)$

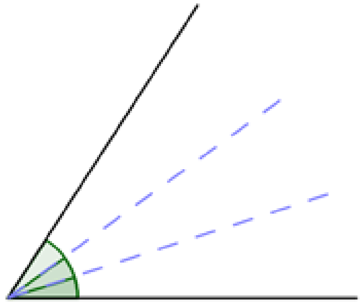
Com $\cos(60°) = \frac{1}{2}$ i

$$\cos(3x) = 4\,cos^3(x) - 3\cos(x)\,,$$

$\cos(20°)$ és una arrel de

$$8x^3 - 6x - 1 = 0,$$

Per a l'angle de 60º



Trisecar-lo és calcular $\cos(20°)$

Com $\cos(60°) = \frac{1}{2}$ i

$$\cos(3x) = 4\,cos^3(x) - 3\cos(x)\,,$$

$\cos(20°)$ és una arrel de

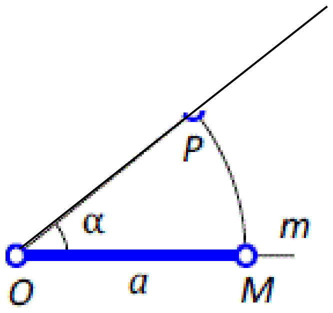
$$8x^3 - 6x - 1 = 0,$$

irreductible sobre $\mathbb{Q}$!

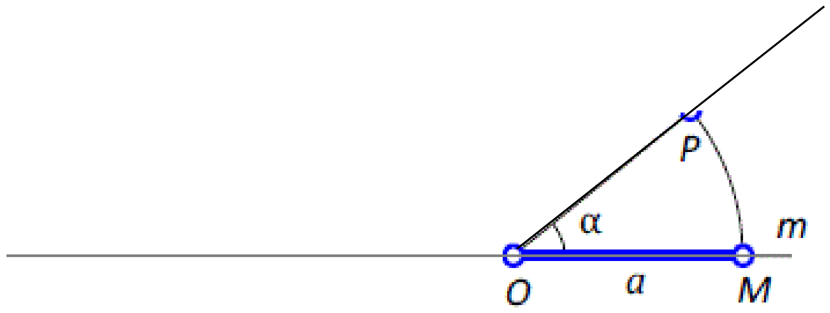
Però nosaltres anem a trisecar un angle

!

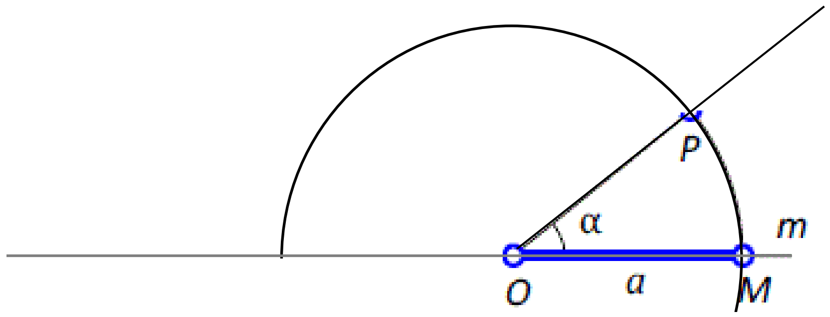
Trisecant un angle



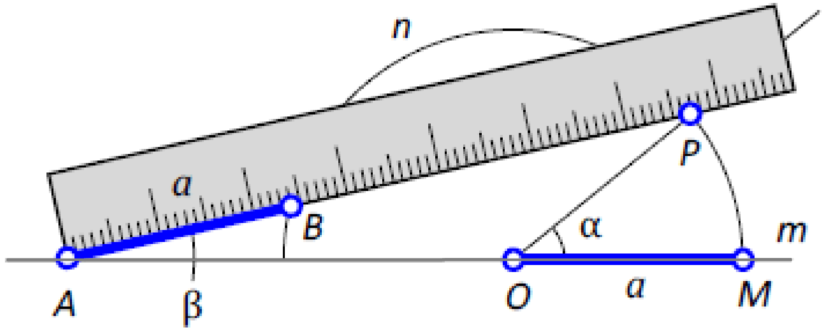
Trisecant un angle



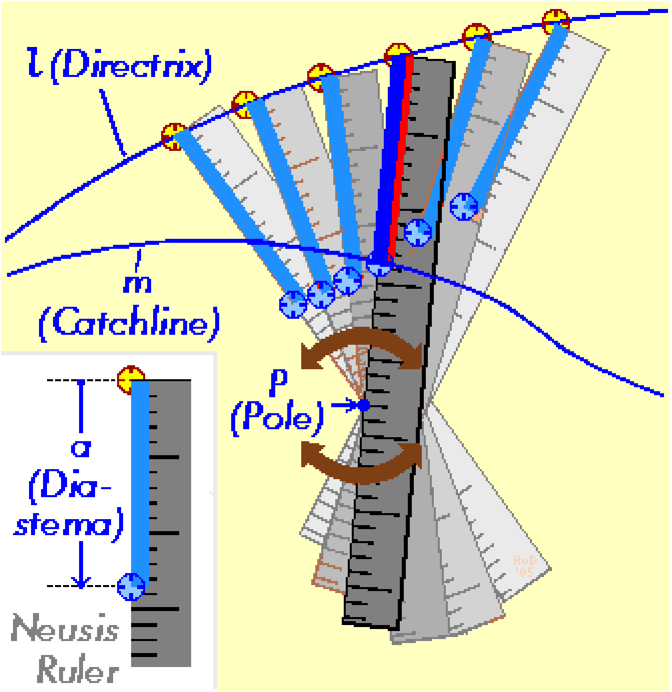
Trisecant un angle



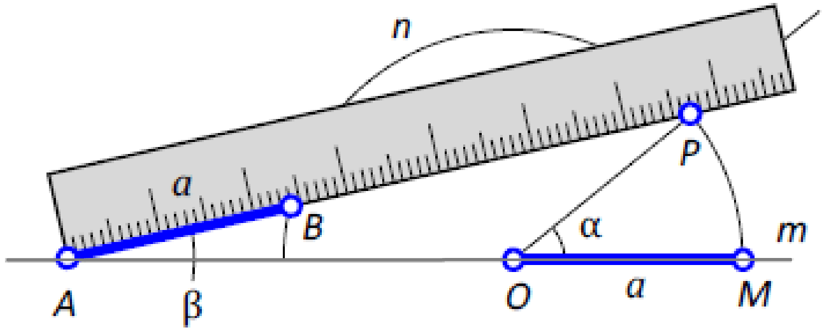
Trisecant un angle



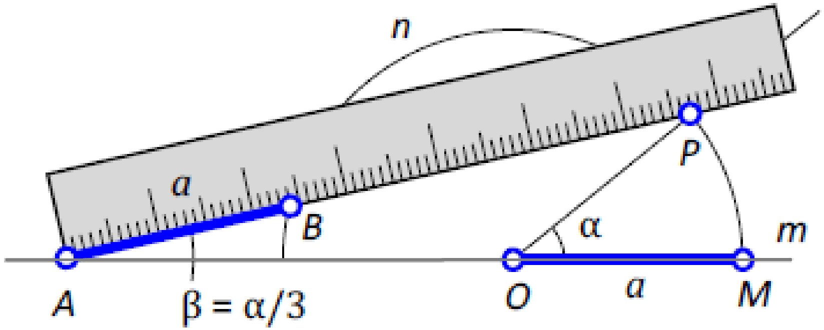
El regle marcat



Trisecant un angle

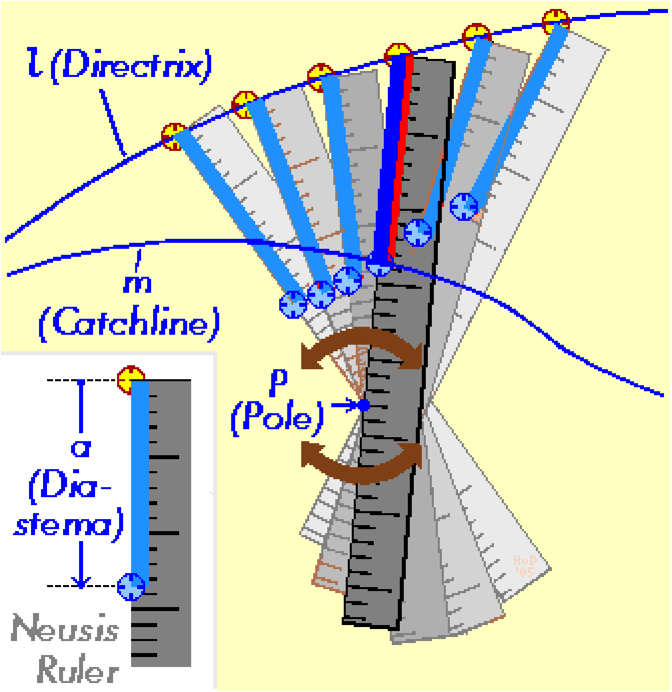


Trisecant un angle

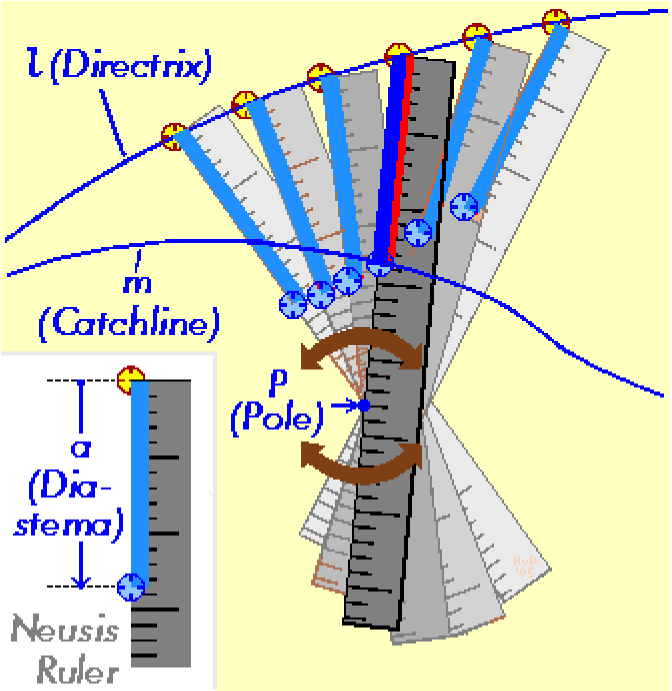


Arquímedes
(287-212 A.C.)

El regle marcat

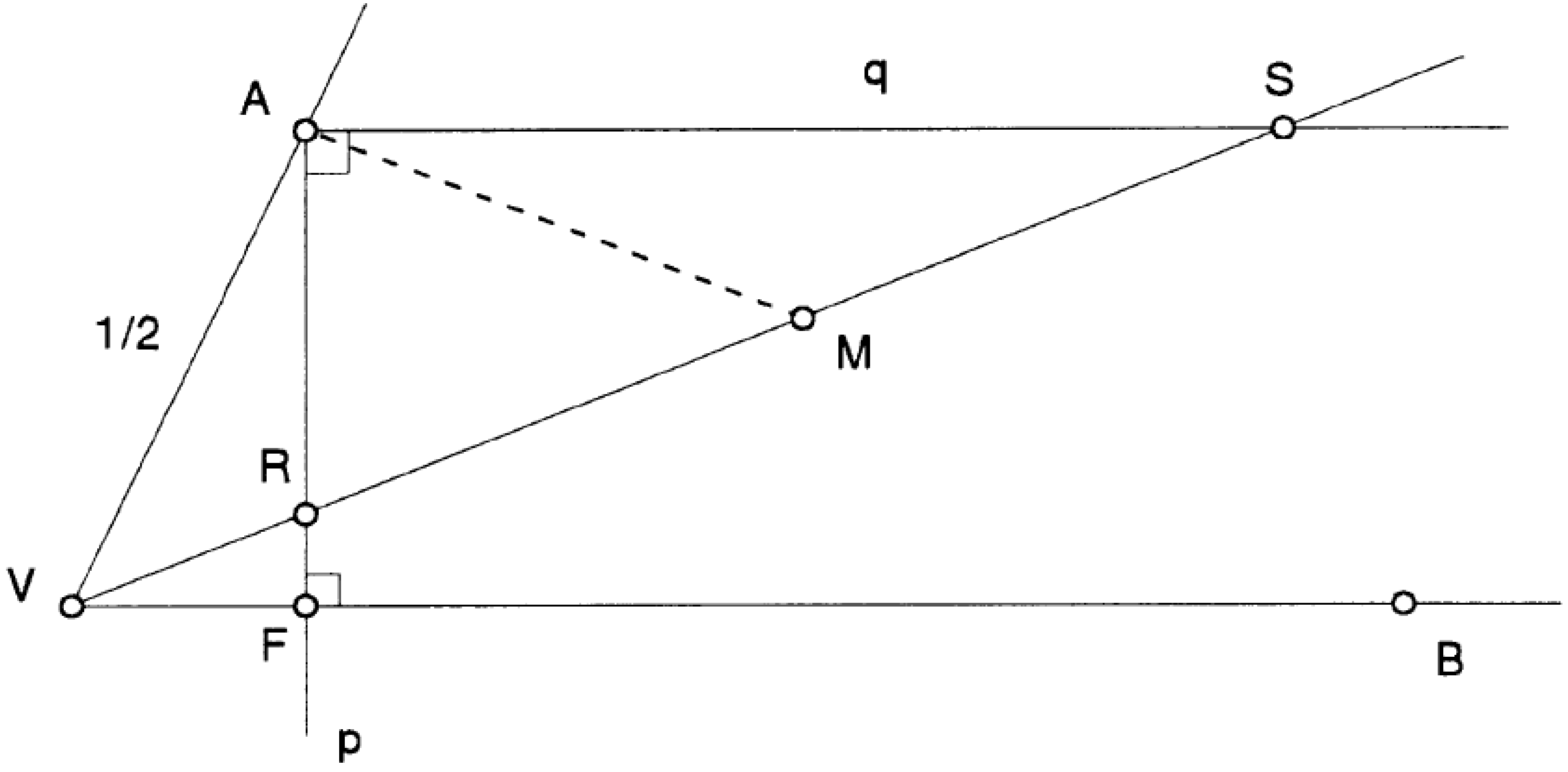


El regle marcat



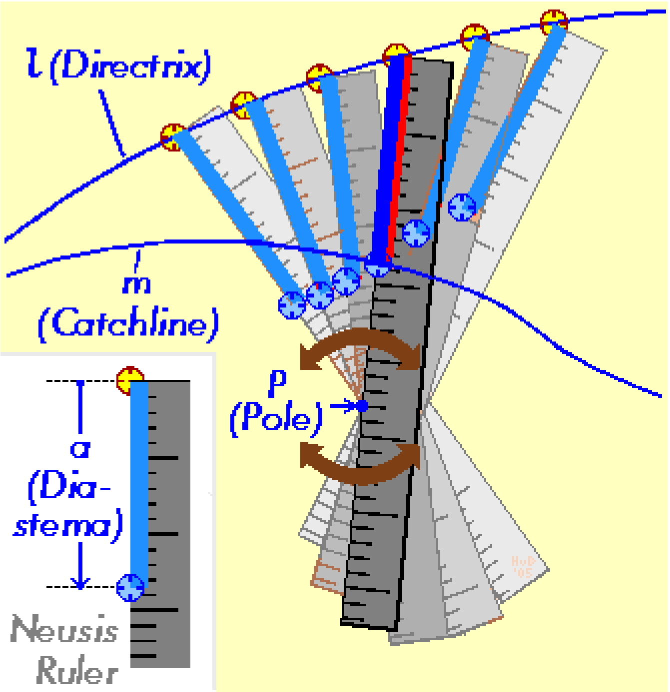
Qualsevol punt construible amb regle i compàs
és construïble solament amb regle marcat.

La trisecció solamente amb regle marcat

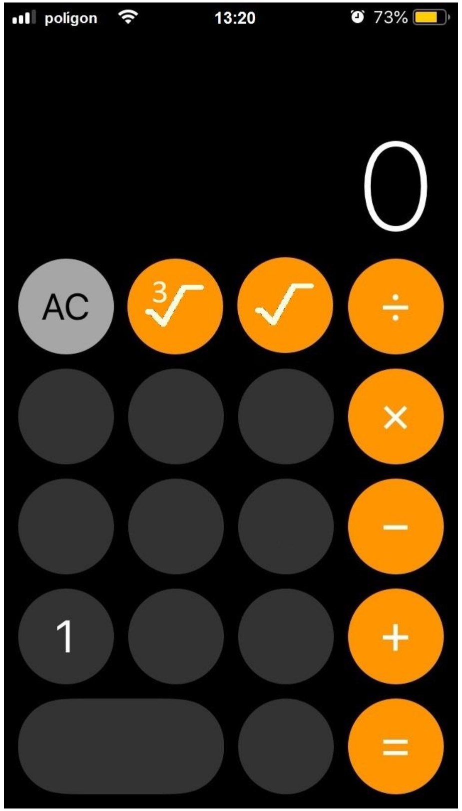


Ens permet el regle marcat construir molts més punts?

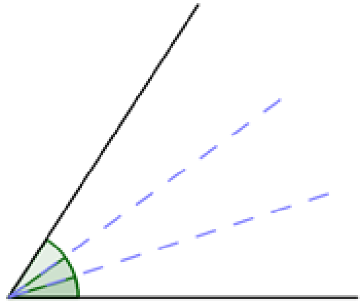
Teorema de Pierpont (1895)



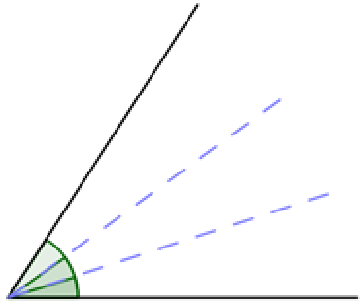
=



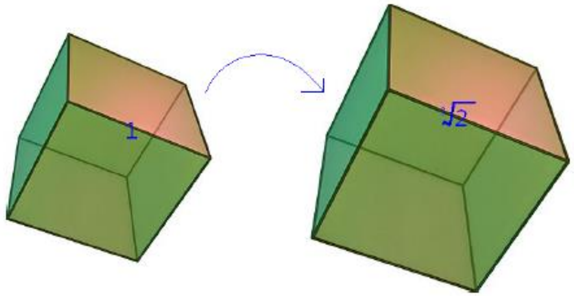
- Trisecar angles



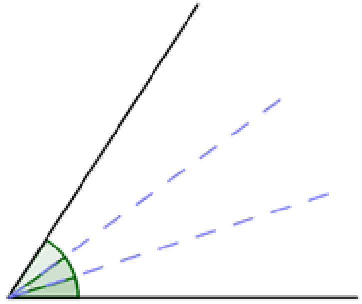
- Trisecar angles



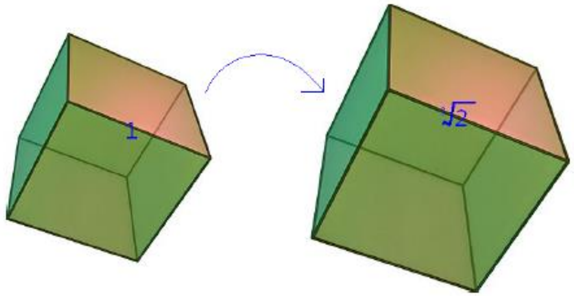
- Duplicar el cub



- Trisecar angles



- Duplicar el cub



- Podem construir tots els polígons regulars?

Teorema de Pierpont (1895)

Es pot dibuixar amb regle marcat un polígon regular de n costats si i només si n és el producte d’una potència de 2 (1, 2, 4, 8...), una potència de 3 (1, 3, 9, 27...) i un producte de nombres primers de Pierpont distints.

Primers de Pierpont

Els primers de Pierpont són els de la forma

$$P_{u,v} = 2^u 3^v + 1$$

Primers de Pierpont

Els primers de Pierpont són els de la forma

$$P_{u,v} = 2^u 3^v + 1$$

Fins ara es coneixen: 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 37, 73, 97, 109, 163, 193, 257, 433, 487, 577, 769, 1153, 1297, 1459, 2593, 2917, 3457, 3889, 10369, 12289, 17497, 18433, 39367, 52489, 65537, 139969, 147457, 209953, 331777, 472393, 629857, 746497, 786433, 839809, 995329, 1179649, 1492993, 1769473, 1990657, pero no es sap si hi ha infinits.

Teorema de Pierpont (1895)

Es pot dibuixar amb regle marcat un polígon regular de n costats si i només si n és el producte d’una potència de 2 (1, 2, 4, 8...), una potència de 3 (1, 3, 9, 27...) i un producte de nombres primers de Pierpont distints.

$$P_{u,v} = 2^u 3^v + 1$$

Quins?

Última pregunta!

Construccions amb regle marcat

Sabíem construir 3, 4, 5, 6…

7 és primer

Construccions amb regle marcat

Sabíem construir 3, 4, 5, 6…

7 és primer i 7-1=6=2·3, primer de Pierpont!

Construccions amb regle marcat

Sabíem construir 3, 4, 5, 6…

oooooooooo7 és primer i 7-1=6=2·3, primer de Pierpont!

Ara podem construir heptàgons regulars…
~~Arquímedes~~, Alhacén (Ibn al-Haytham) ~ s. X

Construccions amb regle marcat

Sabíem construir 3, 4, 5, 6…

7 és primer i 7-1=6=2·3, primer de Pierpont!

Ara podem construir heptàgons regulars… ~~Arquímedes~~, Alhacén (Ibn al-Haytham) ~ s. X

Sabíem construir 8… $9=3^2$, el podrem construir!

Construccions amb regle marcat

Sabíem construir 3, 4, 5, 6…

7 és primer i 7-1=6=2·3, primer de Pierpont!

Ara podem construir heptàgons regulars… ~~Arquímedes~~, Alhacén (Ibn al-Haytham) ~ s. X

Sabíem construir 8… $9=3^2$, el podrem construir!

Sabíem construir 10… i per a 11:

Construccions amb regle marcat

Sabíem construir 3, 4, 5, 6…

7 és primer i 7-1=6=2·3, primer de Pierpont!

Ara podem construir heptàgons regulars… ~~Arquímedes~~, Alhacén (Ibn al-Haytham) ~ s. X

Sabíem construir 8… $9=3^2$, el podrem construir!

Sabíem construir 10… i per a 11:

11 és primer i 11-1=10=2·5

Construccions amb regle marcat

Sabíem construir 3, 4, 5, 6…

7 és primer i 7-1=6=2·3, primer de Pierpont!

Ara podem construir heptàgons regulars… ~~Arquímedes~~, Alhacén (Ibn al-Haytham) ~ s. X

Sabíem construir 8… $9=3^2$, el podrem construir!

Sabíem construir 10… i per a 11:

11 és primer i 11-1=10=2·5, no és primer de Pierpont!

La prova del cotó fluix

La prova del cotó fluix

List of trigonometric constants of $\frac{2\pi}{n}$ [edit]

For cube roots of non-real numbers that appear in this table, one has to take the principal value, that is the cube root with the largest real part; this largest real part is always positive. Therefore, the sums of cube roots that appear in the table are all positive real numbers.

n	$\sin\left(\frac{2\pi}{n}\right)$	$\cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)$
1	0	1
2	0	-1
3	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$-\frac{1}{2}$
4	1	0
5	$\frac{1}{4}\left(\sqrt{10+2\sqrt{5}}\right)$	$\frac{1}{4}\left(\sqrt{5}-1\right)$
6	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$
7		$\frac{1}{6}\left(-1+\sqrt[3]{\frac{7+21\sqrt{-3}}{2}}+\sqrt[3]{\frac{7-21\sqrt{-3}}{2}}\right)$
8	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
9	$\frac{i}{2}\left(\sqrt[3]{\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}}-\sqrt[3]{\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}}+\sqrt[3]{\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}}\right)$
10	$\frac{1}{4}\left(\sqrt{10-2\sqrt{5}}\right)$	$\frac{1}{4}\left(\sqrt{5}+1\right)$
11		
12	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$
13		$\frac{1}{12}\left(\sqrt[3]{104-20\sqrt{13}+12\sqrt{-39}}+\sqrt[3]{104-20\sqrt{13}-12\sqrt{-39}}+\sqrt{13}-1\right)$
14	$\frac{1}{24}\sqrt{3\left(112-\sqrt[3]{14336+\sqrt{-5549064192}}-\sqrt[3]{14336-\sqrt{-5549064192}}\right)}$	$\frac{1}{24}\sqrt{3\left(80+\sqrt[3]{14336+\sqrt{-5549064192}}+\sqrt[3]{14336-\sqrt{-5549064192}}\right)}$
15	$\frac{1}{8}\left(\sqrt{15}+\sqrt{3}-\sqrt{10-2\sqrt{5}}\right)$	$\frac{1}{8}\left(1+\sqrt{5}+\sqrt{30-6\sqrt{5}}\right)$
16	$\frac{1}{2}\left(\sqrt{2-\sqrt{2}}\right)$	$\frac{1}{2}\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)$

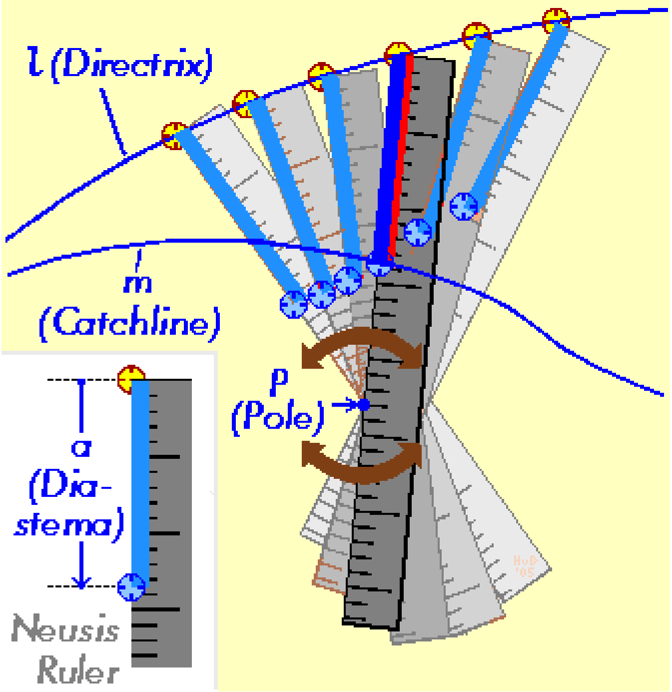
17	$\frac{1}{4}\sqrt{8-\sqrt{2\left(15+\sqrt{17}+\sqrt{34-2\sqrt{17}}-2\sqrt{17+3\sqrt{17}-\sqrt{170+38\sqrt{17}}}\right)}}$	$\frac{1}{16}\left(-1+\sqrt{17}+\sqrt{34-2\sqrt{17}}+2\sqrt{17+3\sqrt{17}-\sqrt{34-2\sqrt{17}}-2\sqrt{34+2\sqrt{17}}}\right)$
18	$\frac{i}{4}\left(\sqrt[3]{4-4\sqrt{-3}}-\sqrt[3]{4+4\sqrt{-3}}\right)$	$\frac{1}{4}\left(\sqrt[3]{4+4\sqrt{-3}}+\sqrt[3]{4-4\sqrt{-3}}\right)$
19		
20	$\frac{1}{4}\left(\sqrt{5}-1\right)$	$\frac{1}{4}\left(\sqrt{10+2\sqrt{5}}\right)$
21		
22		
23		
24	$\frac{1}{4}\left(\sqrt{6}-\sqrt{2}\right)$	$\frac{1}{4}\left(\sqrt{6}+\sqrt{2}\right)$

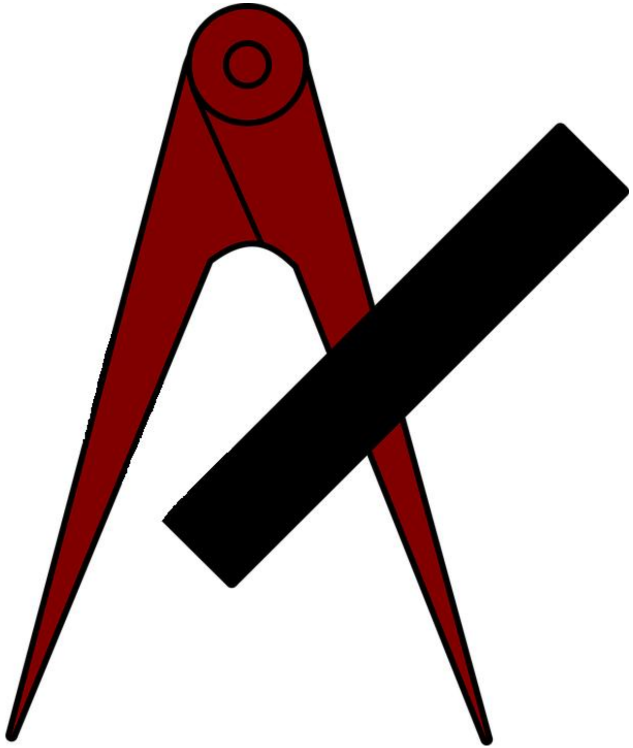
- Quan apareixen arrels quadrades podem construir amb regle i compàs.

- Quan apareixen arrels cúbiques podem construir amb regle marcat.

Però...

I combinant regle marcat i compás?





Nombres construïbles amb regle marcat i compàs

Nombres construïbles amb regle marcat i compàs

IDEA:

- Regle (grau 1) + compàs (grau 2): solucions a equaciones de grau 2 (arrels quadrades)

Nombres construïbles amb regle marcat i compàs

IDEA:

- Regle (grau 1) + compàs (grau 2): solucions a equaciones de grau 2 (arrels quadrades)

- Amb el regle marcat arribem a solucions a equaciones de grau 3 (i 4) (arrels cúbiques)

Nombres construïbles amb regle marcat i compàs

IDEA:

- Regle (grau 1) + compàs (grau 2): solucions a equaciones de grau 2 (arrels quadrades)
- Amb el regle marcat arribem a solucions a equaciones de grau 3 (i 4) (arrels quadrades + cúbiques)
- Amb el regle marcat i el compàs: solucions a equaciones fins a grau 6 **(NO SÓN RESOLUBLES PER RADICALS)**

No sabem quins podem fer

No sabem quins podem fer,
però sabem alguns que no podem fer!

No sabem quins podem fer, però sabem alguns que no podem fer!

Teorema (Baragar, 2002): Si un polígon regular de p costats, amb p primer, és construïble amb regle marcat i compàs, els únics factors primers de p-1 han de ser 2, 3 i 5.

No sabem quins podem fer,
però sabem alguns que no podem fer!

Teorema (Baragar, 2002): Si un polígon regular de p costats, amb p primer, és construïble amb regle marcat i compàs, els únics factors primers de p-1 han de ser 2, 3 i 5.

Per exemple, per a 29 costats:

$$29-1=28=2^2\cdot 7,$$

No sabem quins podem fer,
però sabem alguns que no podem fer!

Teorema (Baragar, 2002): Si un polígon regular de p costats, amb p primer, és construïble amb regle marcat i compàs, els únics factors primers de p-1 han de ser 2, 3 i 5.

Per exemple, per a 29 costats:

$$29-1=28=2^2\cdot 7,$$

no és construïble amb regle marcat i compàs

Però abans anàvem per 11 costats…

Però abans anàvem per 11 costats…

$$11-1=2\cdot 5$$

Però abans anàvem per 11 costats…

$$11-1=2\cdot 5$$

No podem dir res...

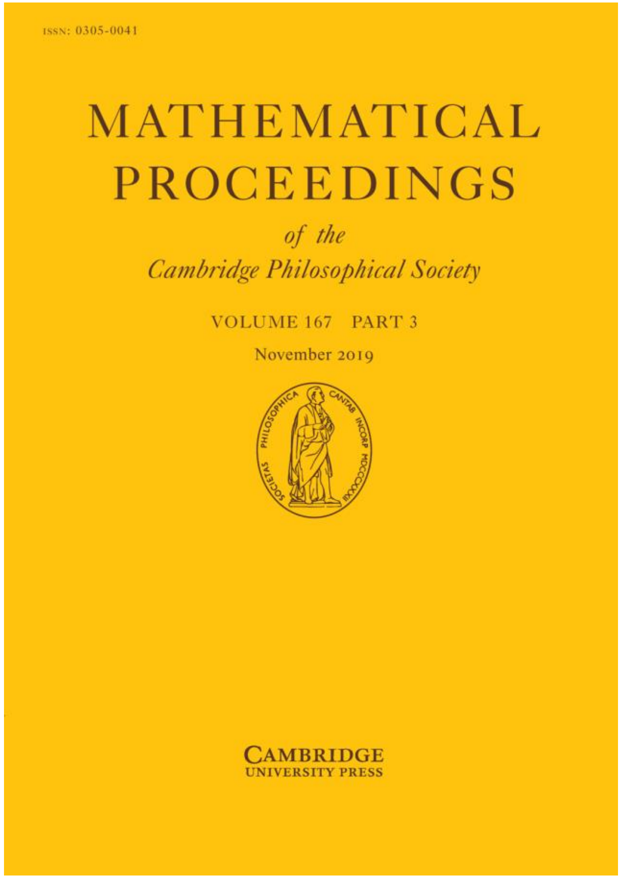
Però abans anàvem per 11 costats…

$$11-1=2\cdot 5$$

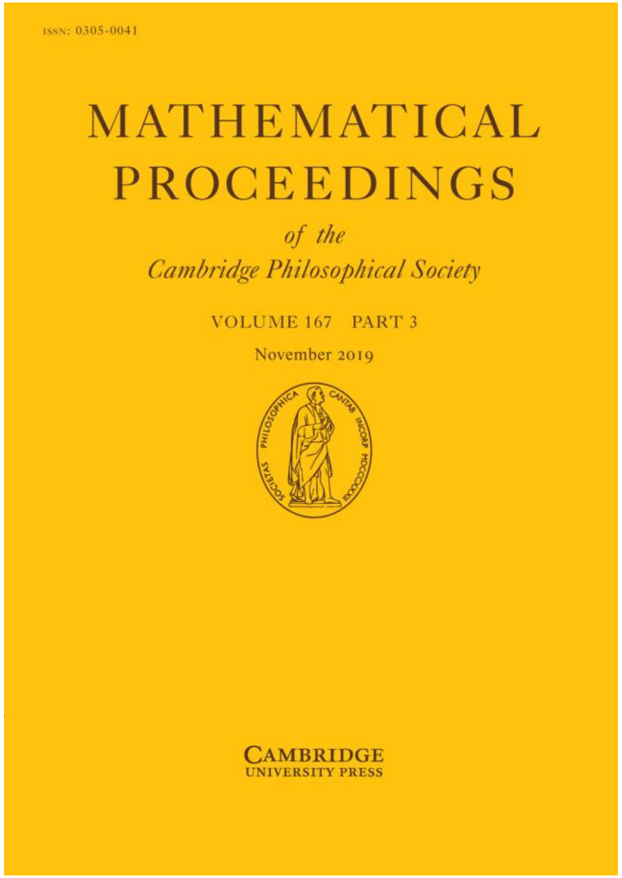
No podem dir res...

O millor dit, no podíem dir res fins...

2014


ISSN: 0305-0041
MATHEMATICAL
PROCEEDINGS
of the
Cambridge Philosophical Society
VOLUME 167 PART 3
November 2019
PHILOSOPHICA CANTAB INCORP MDCCCXXXII SOCIETAS
CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

2014



Math. Proc. Camb. Phil. Soc. (2014), **156**, 409–424 © *Cambridge Philosophical Society* 2014 409
doi:10.1017/S0305004113000753
First published online 24 January 2014

On the construction of the regular hendecagon by marked ruler and compass

BY ELLIOT BENJAMIN
Mathematics Department, CALCampus, N.H. 03461, *U.S.A.*
e-mail: ben496@prexar.com

AND C. SNYDER
Department of Mathematics and Statistics, UMaine, Orono, ME 04469, *U.S.A.*
e-mail: snyder@math.umaine.edu

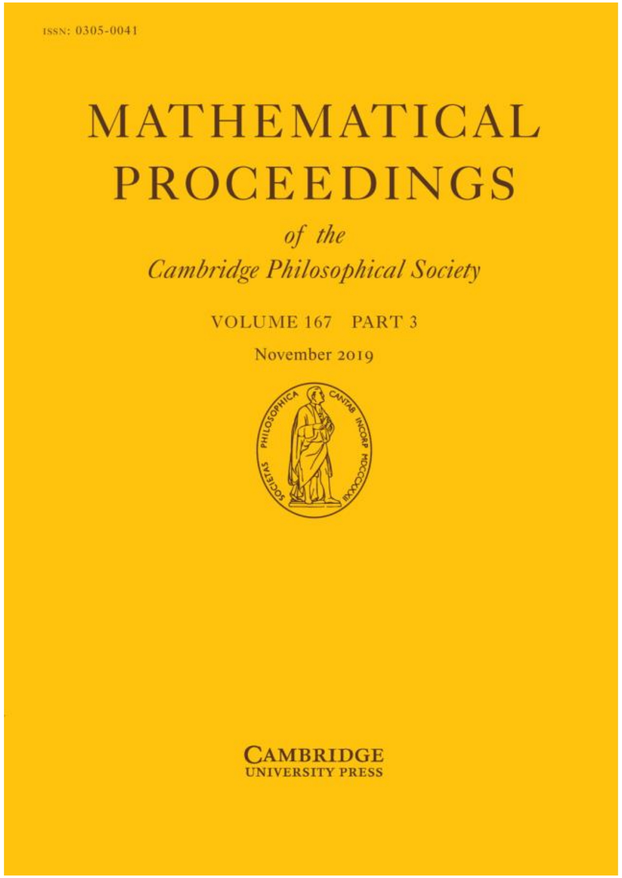
(*Received* 13 *September* 2013)

In Memory of Ali Erhan Özlük, 1952–2012

Abstract

We prove that the regular hendecagon (11-gon) is constructible by marked ruler and compass.

2014: polígon d’11 costats...



Math. Proc. Camb. Phil. Soc. (2014), **156**, 409–424 © *Cambridge Philosophical Society* 2014 409
doi:10.1017/S0305004113000753
First published online 24 January 2014

On the construction of the regular hendecagon by marked ruler and compass

BY ELLIOT BENJAMIN
Mathematics Department, CALCampus, N.H. 03461, *U.S.A.*
e-mail: ben496@prexar.com

AND C. SNYDER
Department of Mathematics and Statistics, UMaine, Orono, ME 04469, *U.S.A.*
e-mail: snyder@math.umaine.edu

(*Received* 13 *September* 2013)

In Memory of Ali Erhan Özlük, 1952–2012

Abstract

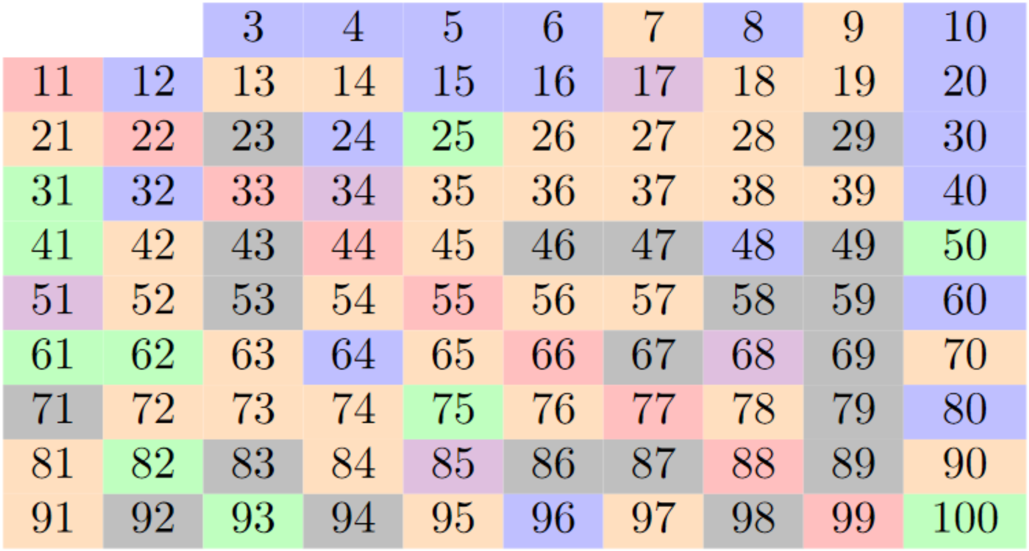
We prove that the regular hendecagon (11-gon) is constructible by marked ruler and compass.

También tenim que 23, 29, 43, 47, 49, 53, 59, 67, 71, 79, 83, 89 no són construibles amb regle marcat i compàs.

També tenim que 23, 29, 43, 47, 49, 53, 59, 67, 71, 79, 83, 89 no són construibles amb regle marcat i compàs.

Però **encara no sabem** si els polígons regulars de 25, 31, 41, 61… costats són construïbles amb regle marcat i compàs.

ÉS UN **PROBLEMA OBERT**



- Construïbles amb regle i compàs coneguts pels grecs
- Construïbles amb regle i compàs provats per Gauss
- Construïbles amb regle marcat
- Construïbles amb regle marcat i compàs
- Desconeguts si són construïbles amb regle marcat i compàs
- No construïbles amb regle marcat i compàs

(Imatge d'Àlex Miranda)

Hauries guanyat el Kahoot?

Hauries guanyat el Kahoot?

El dia de la xerrada, el guanyador del Kahoot va encertar 11 de les 18 preguntes i va aconseguir 7476 punts.

Gràcies per la vostra atenció

Roberto Rubio

www.ub.edu/geomap/rubio